生活数学欣赏

数学与文史

Shuxue yu Wenshi

谈祥柏 著











上海教育出版社

1+1=2是神圣的语言，代表着世界上放之四海而皆准的真理。

——乔纳森·戈兰

数学不仅仅是数字，它更是艺术。在没有被表达出来之前，大多数数学观念不是建立在逻辑的基础上的，而是直觉与美。

——阿尔菲诺·劳达尔

文学思维与数学思维一般认为两者天差地别，其实从美学观点看是一样的。

——谈祥柏

ISBN 7-5320-8545-7



9 787532 085453 >
易文网：www.ewen.cc
定 价： 14.50元

数学与文史

Shuxue yu Wenshi

谈祥柏 著

上海教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

数学与文史／谈祥柏著．—上海：上海教育出版社，
2002.12
（生活数学欣赏）
ISBN 7-5320-8545-7

Ⅰ.数...　Ⅱ.谈...　Ⅲ.数学—通俗读物
Ⅳ.01-49

中国版本图书馆CIP数据核字（2002）第103262号

生活数学欣赏

数学与文史

谈祥柏　著

上海世纪出版集团
上海教育出版社　出版发行

易文网：www.ewen.cc

（上海永福路123号　　邮编：200031）

各地新华书店经销　　上海江杨印刷厂印刷

开本 890×1240　1/32　印张 6.25　插页 6　字数 134,000

2002年12月第1版　　2002年12月第1次印刷

印数 1－5,100本

ISBN 7-5320-8545-7/O·5　定价：14.50元



淝水之战意境图



镜花缘灯球图一角

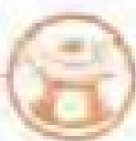








清明上河图剪影

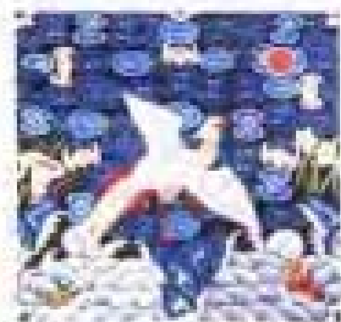




文一品仙鹤补



武一品麒麟补



文二品锦鸡补



武三品豹纹补



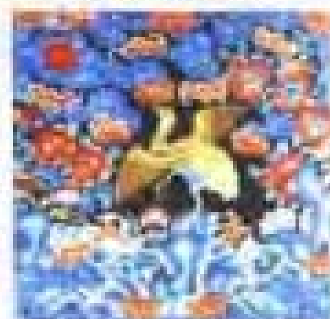
武五品熊纹补



武六品彪纹补



武七、八品犀牛补

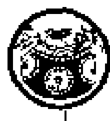


文八品鹌鹑补



文九品练鹊补

飞禽走兽面面观



前 言

广陵涛水日东流，芳草年年长玉勾。
万顷不如红一点，膏腴卖尽买风流。

——董伟业

四郊美景是青黄，比户相看足稻粱。
检点河阳旧花谱，当年曾否种甘棠？

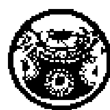
——李 鱓

不与人游爱独游，世间何物可勾留？
有情只有东郊上，短草枯杨子母牛。

——金 农

以上三位诗人、画家的题画诗至今依然镌刻在扬州弥陀巷的巷口。巷内还有“扬州八怪”中另一位画家罗聘(两峰)先生的故居——朱草诗林。

说起“扬州八怪”，我是有所偏爱的。上面所引的诗句，并不是“拉在篮里便是菜”，而是确实指出了我的要害。自己历来是个独来独往者，“天马行空，独来独往”，而我偏偏又属马。不过自己决非孤芳自赏，而是很难找到同道。金农先生



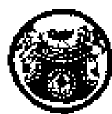
了于东郊之上，只好对牛弹琴，此外别无知音。这种看法我是不愿苟同的。数学与文学、艺术的结合，目前刚刚起步，将来的发展是不可估量的。荷兰画家埃歇尔(Escher)的荒诞画被一些国家的画廊收藏，立足于复数平面上的简单迭代所得出的芒德布罗集与朱利亚集的图像足以使一切抽象派画家大惊失色，这不过是一些已知的事实。将来有朝一日，用电脑创作出郑板桥式的“六分半”书法，《红楼梦》或《镜花缘》之类的小说，也许并不是很遥远的事情吧。

提起《镜花缘》，那是清代一部继《石头记》之后的奇书。此书已被译为英、德、法、俄、日等文字出版，在世界上影响很大。作者李汝珍博闻强记，是个于学无所不窥之人，尤其擅长博弈与音韵之学。复旦大学名誉校长，德高望重的陈望道老先生非常佩服他的学问，曾经把小说中的许多情节写入他的传世名著《修辞学发凡》一书之中，读者们一查便知，用不着我在这里饶舌了。



由于李汝珍精通博弈，当然是我的异代知音了。其实，岂独是我，一切有志于研究交叉学科的人都可以从他精心编撰的回目，例如“访筹算畅游智佳国，观艳妆闲步女儿乡”（第三十二回）……中汲取营养。无疑，李汝珍是李贺、龚定庵之流人物。奇思怪想，不绝如缕，令人拍案叫绝。

有创造思想的人往往是奇才，怪才，狂才。前辈数学家樊𰉥先生在国际数学界很有名望，他的不等式研究蜚声中外。开明书店以前曾出版他的一本书《数学与天才》，书上讲了一个很有趣的例子“和尚吃馒头”：



一百个和尚吃一百只馒头，大和尚每人吃两个，小和尚两人吃一个，剩下半个喂狗吃，问你大、小和尚多少个。

樊先生接着说："这是我们乡间尽人皆知的一道题，种田的长工，放牛的孩子，每当空下来的时候，常拿这题来窘人的。"

把馒头喂狗，总觉得有点"大不敬"的味道。列位大和尚不必生气，有意见请向樊墦去提吧。至于说这道题目能够窘人，我是不相信的。答案当然是：大和尚33个，小和尚67个。但你如果把它列为方程来解，即：

$$\begin{cases} x+y=100 \\ 2x+\frac{1}{2}y=99\frac{1}{2} \end{cases}$$

那就太程式化，一点谈不上技巧了。比较聪明一些的人自然会想到，99个和尚吃99只馒头，还剩1个和尚、1只馒头，当然只能是小和尚了，他吃了半只馒头，还有半只丢给狗吃，问题就解决了。

实不相瞒，当年我遇到这个问题时，连想都不想，而是直接一步就跳出了答数67。**自然数是有个性的**，67是一个很神奇的数。后来我就据此发挥，写出了《数学照妖镜》一文，其内涵与深度远远超过"和尚吃馒头"。所以我们既要学习前辈的经验，但也不要被他们的思想所局限，更要重视自己的发明创造。"长江后浪推前浪，一代新人胜旧人"，只有这样，社会才能进步。



中国文化的积淀非常深厚，无论是真情与兴会，脉注与绮交，对偶与排比，借景与伏线……大都与数字有着深广的联系。古人留给我们的丰富文化遗产，诗、词、曲、赋、传奇、小说、散文等方面，名句佳作如林。值得注意的是，它们中间往往嵌着数。"飞流直下三千尺，疑是银河落九天"，"三十功名尘与土，八千里路云和月"……这样的例子俯拾皆是。诗文中的数目字犹似点睛之笔，它们是文章里的主线或脊梁骨。好像围棋的九段高手，投下一子，全盘皆活矣。

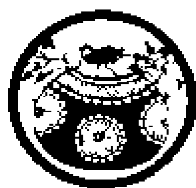
然而，数又是一把双刃剑。用得不好，非惟无功，反而有害。这个道理，同"水能载舟，亦能覆舟"是一样的。翻开1958年的报纸，小麦与水稻的产量，每亩竟然可以超过十万斤！可悲的是，当时有些"科学家"与"诗人"非但不能纠正错误，反而在那里加油添醋，大肆鼓吹。结果是"三分天灾，七分人祸"，中国人民吃尽了虚报数字的苦头。这样的教训，应当是永志弗忘的。现在我国正处于提高公民素质教育的大环境下，每个公民须重视提高自己的数学与文学修养，用数学分析的眼力去观察古今，分析周围事物的变化规律。本书编著的宗旨也在于此。



本书的创作，从构思、酝酿直至杀青，前后历时二十年之久，其间曾数易其稿。但它毕竟是一部很粗浅的、蜻蜓点水、不登大雅之堂的陋作。目的在于抛砖引玉，望海内外高明之士，有以教之。

谈祥柏

2002年7月2日上午写于
扬州小秦淮河西岸
之北城根小马桥巷





目录

数的渗透·数文双栖

笑话幽默·忍俊不禁



成语俗语·别有洞天

正史稗官·各取所需





异体诗歌·对联杂曲



词学新探

数的渗透·数文双栖





黑洞数123

“黑洞”是现代科学的一个大问题，它的本质至今还不十分清楚，恐怕要留给后人去继续加以探讨了。

通俗一点讲，黑洞就是只进不出的天体，它的密度大得惊人。在银河系的中心，就有着一个大黑洞。奇妙的是，数学里居然也有黑洞数，而且品种繁多，远远不止一个。不过，它们中间的大多数与本书的主题无关。但是，下面的西西弗斯数却是外国作家经常喜欢引用的，可以说是文史哲以及社科书中的“熟面孔”。

西西弗斯是希腊古时的一个暴君，死后堕入地狱，上帝罚他做苦工，命令他把巨大的石头推上山。此人力大如牛，欣然从命，不料石头临近山顶时突然无缘无故地滚落下来，于是他只好重新再推，眼看快要到山顶，忽又“功亏一篑”地跌落，如此循环往复，永无尽头。

现在让我们随便选一个很大的数作为一块“大石头”，就取九位数210013798吧。我们以它为基础，变出一个新的数来。此数共有九位，其中偶数四个，奇数五个，于是得出新数459。其规则是，新数由左、中、右三部分构成，左部表示原数中偶数的个数，中间部分表示原数中奇数的个数，而右部则表示原



数的位数。

再对变出来的459作同样的变换，于是得出123。一旦得到123之后，就再也不变化了。好比石头已经落地，一番心血付诸东流。

如果你不相信，那么就请你换上别的自然数来试一试。尽管步数有多有少，但最后总是归结到123，这是一条金科玉律。

有人还是不服气，暗忖西西弗斯虽然没有本事把大石头推上山去，怀里揣着一块小小的雨花石总可以吧！此人不相信123这个禁区不能突破。于是他把一位数8作为“雨花石”来试一试。根据上面的变换规则变出新数101（8中有一个偶数，没有奇数，它是一位数）。

得到101之后，再变换一次，还是得到123！

真是推也不行，带也不行，铁面无私的123，真像一个黑面“包公”，对谁都不买账！







套牢古今名人的常数

上海、深圳及其邻近地区，男男女女，老老少少都炒股。全国股民究竟有多少?这个问题极难回答。指数大起大落，许多人都被“套牢”了。套牢这个字眼，无须解释，一听就懂，但目前正规的辞典、词典、字典里却是查不到的。下面就来讲一个与之有关的怪异常数。

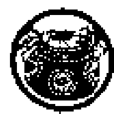
1999年已经过去了，一个关于1999的游戏却令人难以忘怀。让我们一起来做一个游戏，先请大家看一段话:

我生于1930年，1947年是我一生中重要的年头。1999年时，我的年龄是69岁。从1947年到1999年，经过了五十二年。

把这段话中“我”的出生年份数和“重要年头”以及“我”在1999年的年龄，“重要年头”至1999年经过的年数统统相加起来，和是多少呢?

$$1930+1947+69+52=3998$$

其实，对于每一个人来说，选择一个你认为重要的年头，然后像上面那样，把四个数据相加起来，最后所得的和一定是3998。请你自己试一试。

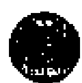


也许有人会问：这个游戏对于出生在19世纪的人（例如毛泽东、鲁迅等），灵不灵呢？

我们不妨用我国已故的著名佛学家、文学家、漫画家丰子恺先生的有关数据来试一试。

丰子恺先生出生于1898年，1945年抗日战争胜利，他从重庆沙坪坝回到杭州，1999年丰先生诞生101周年。而从1945年到1999年，经过了54年。请看：

$$1898+1945+101+54=3998$$



不要说近代、现代的历史人物了，就连唐朝的李白，杜甫，白居易，李商隐，宋朝的欧阳修，王安石，苏轼，岳飞，文天祥，元世祖忽必烈，明太祖朱元璋等也可以通过“3998”测试。3998把他们全部“套牢”了。它真是一个神奇的常数。

不过，对于出生在公元以前的人，例如中国的姜太公、孔子、孟子、秦始皇、司马迁，外国的苏格拉底、柏拉图、阿基米德，它就不灵了！

其实，它只是一种“障眼法”式的故弄玄虚。那么，你能弄清其中的道理吗？

顺便提一句，这个著名游戏的发明者是美国后起之秀，数学科普作家帕帕斯。她的本事不小，创作手法五花八门，变化多端，能把一些不喜欢数学的人“套牢”。



回文诗和镜反数

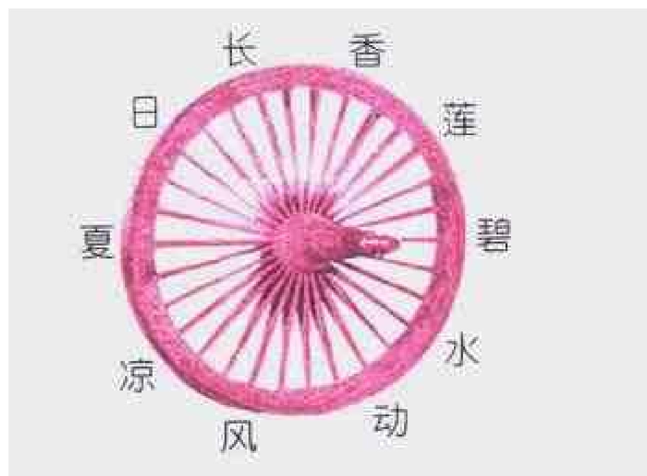
中国文字是非常优美的，如果你能灵活巧妙地应用，那么，你定将发现，它不单有音律词藻的美，也有形式变化的神奇。

譬如说，“夫忆妻兮父忆儿”，如果你从后面倒过来读，那就会变成“儿忆父兮妻忆夫”，同样有意义，真是妙极了。

清初女诗人吴绛雪作有一首辘轳回文诗：

香莲碧水动风凉，水动风凉夏日长。
长日夏凉风动水，凉风动水碧莲香。

全诗共十个不同的字，描绘了一幅风吹水动，花香暗浮的夏日图。妙的是诗的上两句倒着读过来就是诗的下两句，更妙的是把这十个字排成一个圆，顺时针读是上两句，逆时针读是下两句，就像是一只来回旋转的辘轳。





在数学里，把一个数倒读后所得的数，称为原数的“镜反数”。镜反数是一种相互的关系，例如1234与4321就互为镜反数。

物理学与数学是姐妹科学，它们之间的关系非常密切，所以，有的物理学家常常也免不了在数学中插上一手。

梅维宁博士是一位研究固体物理的海外华裔知名学者。1979年3月，他在一封信中津津乐道地谈到了他的发现，揭示了自然数中存在的一些“镜反数”现象。

以下我们用双向箭头记号(←—→)表示互为镜反数的关系，于是有：

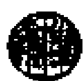
$$12 \longleftrightarrow 21$$

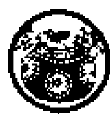
左右两个自然数，各自平方后成为144及441。我们注意到，它们依然保持了镜反数的关系，即：

$$144 \longleftrightarrow 441$$

13和31互为镜反数，它们各自平方后所得的数也保持了镜反数的关系，即：

$$13 \longleftrightarrow 31$$
$$169 \longleftrightarrow 961$$





不仅如此，12与13的乘积也“感染”上了这种性质．请看:

$$12\times13-156$$

它们镜反数的乘积是:

$$31\times21=651$$

156和651互为镜反数，即:

$$12\times13=156\longleftrightarrow651=31\times21$$

一不做，二不休，梅博士乘胜追击，继续发现了相邻的平方镜反数{11，12}以及{21，22}等等。

数学中的镜反数与文学中的回文诗似一对“孪生姐妹”，它们对称和谐，内涵丰富，意境深刻，有着异曲同工之美。

数字地名

我虽没有什么经济头脑与本事，但或许联想能力，或者说“跨类思维”的能力较强吧。对数字地名萌发兴趣，竟是从小时候读《水浒传》而引起的。

《水浒传》有许多版本，我看的是武林（古地名，即现在的杭州）明万历容与堂刻本，其中有一幅插图，叫做《母夜叉孟



明代容与堂刻《水浒传》插图
——母夜叉孟州道卖人肉



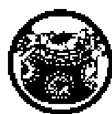
州道卖人肉》。所谓母夜叉，就是孙二娘的绰号，她有一身武打本事，与其丈夫在孟州道的十字坡开了一家酒店，该店实是一家大黑店，卖给人家吃的竟是滋味鲜美、热气腾腾的人肉馒头。孙二娘一边掌柜，一边打量看得上眼的客商，以便用蒙汗药麻醉后杀了卖肉。图中的母夜叉，横眉粗眼，辘轳般的腰肢，手指着客人在发话，真是一副泼辣相。从此以后便对《水浒传》的印象不好。为什么历代王朝为了长治久安，无一例外地都要把《水浒传》作为禁书呢?平心而论，还是有一定道理的。

不过，我对十字坡这个地名倒是萌发了极大的兴趣，因为它是以数字打头的。查了《古今地名大辞典》之后，才知道孟州在宋朝时为州，后因经济不振，降州为县(古时州、县的官阶基本上是同一级，但“州”略高，好比现在的“县级市”吧)，今为河南孟县，在偃师之北。

中国人爱好数字，山川、河流、集镇名称中嵌有数字者汗牛充栋，不可胜数。而且古、今地名存在着极大差异，所以此文只能就目前县以上的数字地名大略谈一下。

先说从二到十的地名，它们是：二连浩特(内蒙古)，三江(广西)，三台(四川)，三都(贵州)，三门(浙江)，三门峡(河南)，三河(河北)，四平(吉林)，四会(广东)，五台(山西)，五峰(湖北)，五大连池(市，黑龙江)，六盘水(贵州)，七台河(市，黑龙江)，八宿(西藏)，九龙(香港)，九龙（四川），九台(吉林)，十堰（市，湖北）。

以“一”为首的县以上地名，历史上有一个古地名十分重要，值得一提，那就是山海关附近的“一片石”。1644年，李

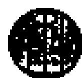


自成亲自率领大军东征吴三桂，曾同清兵在此大战，结果吃了一个大败仗，从此节节败退，一蹶不振。

浙江沿海，有个“一江山岛”，上世纪50年代解放军海陆空协同作战，解放了该岛。

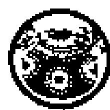
接下来的是百、十、千、万的地名，它们是：百色(广西)，千阳(陕西)，万县(四川)，万安(江西)，万载(江西)，万年(江西)。当然，同上面一样，这张名单并不完备，但也可以看出一些迹象，譬如说，江西人特别喜欢用“万”字。

用大写数字为地名的似乎只有“陆”字，其他都不见。较为人们所熟悉的有：陆良(云南)、陆丰(广东)，陆河(广东)。“双”字其实也是数词，“成双作对”是吉语，所以地名也有：双流(四川)，双城(吉林)，双江(云南)，双阳(吉林)，双牌(湖南)，双鸭山(黑龙江)，此外还有两当(甘肃)。西安郊区有个名闻中外的半坡村，留有史前人类的遗址，每年都吸引了大量外国观光者。



万以上的大数有亿、兆、京、垓、秭……此类地名较少，但也可以举出一些，如京山(湖北)，垓下(在安徽灵璧县东南，楚霸王项羽在此被围，其地有古战场，附近还有虞姬墓，常有不少人来此凭吊)，秭归(湖北，在宜昌之西)。

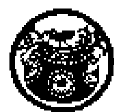
《算学启蒙》列出小数的名目有分、厘、毫、丝、忽、微……此类地名有分宜(江西，历史人物严嵩的故里)，还有号称“入闽第一关”的分水关，但有福鼎及崇安(现改名武夷山市)两处，异地而同名。宋朝时有过丝州，在四川，现已撤消。以微字打头的地名不少，最出名的是微山湖，在江苏、山



东两省邻接地带，而且微山湖也是县名。

仅据不完全统计，全国两千多个县级以上的行政单位中，以数字打头的有五十多个，约占四十分之一，其比例是不小的。数，无往而不在，它真是汉语宫殿的钢筋玉柱啊！





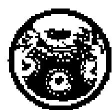
数字全同的邮政编码

从1995年8月邮电部决定在全国范围内推行无腰框的地名邮戳以来，现在来往信件上盖新邮戳的信件已经很普遍。看来似乎有腰框的邮政编码戳记将完成其历史使命。作为有心人，一些集邮家已注意收集一些极富特色的邮戳信件留作纪念。由于这件事情暂时还没有同“经济利益”挂起钩来，所以倒也没有听说过发现了伪造的赝品。

有位收藏家曾经保存过一封信件，邮票倒是极普通的，不值一提。但信上的邮戳却是极不简单，原来是地处江苏省北部灌云县北新乡邮政代办所打上的戳记，其邮政编码为222222，六位数字竟然完全相同。为此他感到是一件生平奇遇。

我国疆土辽阔，地域广大。此人自然还想收藏其他阿拉伯数字的六位数全都一样的邮戳，可是收来收去，至今仍是徒劳无功。那么，它们到底有没有呢?

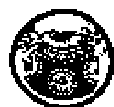
我告诉他，全国只有两个地方存在着这类可能性，但其概率很小。一个是江西乐平县，其法定邮编为333300，前面四个数目字已经全部都是3，只有后面两个数目尚有活动余地。乐平这个县正好位于景德镇市的南面，县虽不大，但并不偏僻。除县城外(县城一般不止一个邮编)，如果尚有二十五个左右的



城镇，那么，找到333333邮码的可能性还是存在的，而且应该说，找到的概率不算太小。

还有一处是辽宁省的辽阳，在沈阳的南面，其邮政编码是111000，后面的三位数可以变异，要想凑成111，可能性就微乎其微了。





出人意料的验证

“生日问题”是概率论中的名题，可惜我们的许多教材还是讲得比较枯燥，尤其令人感到遗憾的是，问题对文、史、哲有什么应用，更是只字不提。

n个人中，至少两人有相同生日的概率是多少?假设他们的生日是相互独立的事件，这就像是从标着1到365（不考虑闰年，按1年=365天计算）的球中抽取n个球的抽样问题。所有这些结果是等可能的，其总数为$(365)^n$。现在我们必须点数一下：抽得的球标着相同数目的有多少种情况，但这是比较麻烦的。为了解法的简洁，我们不妨转一个弯子，改为考虑它的“对立事件”。

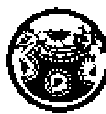
当n个球全部不相同时，这种情况显然应该是：

$$P_{365}^{n}=365\cdot364\cdot\cdots\cdots\cdot(365-n+1)$$

因此，“生日问题”中所求的概率是：

$$P(n)=1-\frac{P_{365}^{n}}{365^{n}}$$





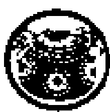
这一概率自然是n的函数，出人意外的是：当$n \geq 23$时，$P(n)$居然大于$\frac{1}{2}$。你们能在事先猜到这一点吗？

概率论专家、美籍华人钟开莱先生计算了n为各种数值时的$P(n)$，请看下表：

n	$P(n)$
5	0.03
10	0.12
15	0.25
20	0.41
25	0.57
30	0.71
35	0.81
40	0.89
45	0.94
50	0.97
55	0.99

也可以这样考虑，n个人有完全不同生日的概率，第一人可以有一年的任何一天为其生日，因此概率为1；第二人可以有一年中除一天外，其他任一天为其生日，故概率为$\frac{364}{365}$；第三人可以有除两天外的其他任一天为其生日，因此概率为$\frac{363}{365}$……依此类推，故所求概率是：

$$\frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \cdots\cdots \times \frac{365-n+1}{365}$$



从1中减去上述连乘积，便是n个人中，至少有两人的生日相同的概率了。这当然同上面的推论完全一致。

美国历史较短，从独立战争以来距今不过两百来年。有人异想天开，打算拿历任总统的生日来验证一下这个理论。

果真不错，竟然发现，在39位美国总统中，有两人的生日相同。詹姆斯·波尔克(James K. Polk)总统与沃伦·哈定(Wallen G. Harding)总统都生于11月2日。

"有生必有死"，有人忽然想到了死去的总统，连忙着手收集材料，真是"皇天不负苦心人"，他们的劳动也没有白费，而且例子更多一些。





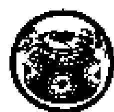


约翰·亚当斯(John Adams)、詹姆斯·门罗(James Monroe)、托马斯·杰斐逊(Thomas Jefferson)三位总统都死于7月4日。还有两位总统的死期都是3月8日：米勒特·菲尔莫(Millard Fillmore)死于1874年3月8日、威廉·塔夫脱(William Taft)死于1930年3月8日。

这种有趣的概率验证，是否也能移植到中国的历史名人呢？自1911年辛亥革命，直到1949年全国解放，当过总统的人，先后有孙中山、袁世凯、黎元洪、徐世昌、冯国璋、曹锟、蒋介石和李宗仁(代理总统，还不算是正式的)，人数未免太少。从上表可见，生日相同的概率连0.1都不到，自然是吻合不起来了。

既然如此，那么来查一查历代皇帝的生日和死期又怎样呢？中国封建社会的历史极其漫长，大大小小的皇帝不计其数，应该找得出远比美国总统为多的例子呀。但这件事说说简单，做起来并不容易。首先，中国的历法经常在变，而且它们与现行的公历差异甚大，套用上面的公式是没有道理的。再则，皇帝的生、卒日期大多在正史上没有记录(少数皇帝例外，如唐玄宗规定他的生日为“千秋节”，全国都要庆祝)。另外，由于宫廷政变、阴谋篡位，下毒害死等种种复杂原因。有时皇帝死了，“秘不发丧”，搞不清楚他到底死在哪一天。所以，别人的经验，我们的历史学家是无法照搬的。

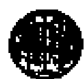
倒是《红楼梦》给我们提供了佐证。此书第六十二回“憨湘云醉眠芍药裀，呆香菱情解石榴裙”里记录着：宝玉生日已到，原来宝琴也是这日，二人相同，张道士、薛姨妈、王子



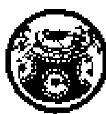
胜等大家都送了礼。后来才知道，平儿与邢岫烟的生日其实也在同一天，于是湘云就同他们开玩笑："你们四个人对拜寿，直拜一天才是。"探春笑道："倒有些意思。一年十二个月，月月有几个生日。人多了，就这样巧，也有三个一日的，两个一日的。……过了灯节，就是大太太和宝姐姐，他们娘儿两个遇的巧。"宝玉又在旁边补充，一面笑指袭人："二月十二是林姑娘的生日，他和林妹妹是一日，他所以记得。"

《红楼梦》虽是一部小说，但其中映衬着许多真人真事。作者曹雪芹对此种生日吻合现象大写特写，决非向壁虚构……大观园这个不大不小的群体，有老爷、公子、哥儿、书僮、夫人、小姐、姬妾、丫环、使女……即使不算仆妇、老妈子，其人数也必然在百人之上，所以客观存在的概率规律肯定可以起作用了。

《红楼梦》的学刊与评论集等，前前后后已出了几十期之多，其他研究"红学"的书刊更是不胜枚举，但此事似乎从未见有人提到过，因此笔者不揣谫陋，把它拿出来，以就正于方家。







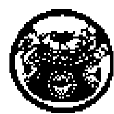
成人的童话

海外华侨把武侠小说看作是子弟学中文的一种特殊课本，实在是妙不可言。特别是金庸的武侠小说具有很大的吸引力，使他们在阅读中不知不觉提高了中文水平。

金庸不愧为新派武侠小说的一代宗师，他对诸子百家、佛经道藏、诗词曲赋、医卜星相……都了然于胸。因此，他下笔挥洒自如，时时变化，使用这些文化瑰宝，写来得心应手，文采斐然。

评论家认为，《射雕英雄传》、《天龙八部》与《鹿鼎记》是金庸先生的三部代表作。小说《天龙八部》共有五集，每集的回目各自组成一首词，合起来便有《少年游》、《苏幕遮》、《破阵子》、《洞仙歌》和《水龙吟》等五首，豪放婉约，兼而有之，足以令古典文学爱好者赞赏不已，十分叹服。

令人惊讶的是，我国当代大数学家华罗庚先生也在敬佩者之列，他风趣地把武侠小说称为成人的童话。仔细一想，他的评价确实很有道理。童话是儿童文学中的一种体裁，它能通过丰富的想象、幻想和夸张来反映生活，适应儿童的心理和爱好，使他们爱不释手。而武侠小说正是以神奇曲折的故事情节来吸引成千上万成年人的。

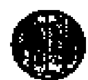


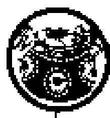
在《射雕英雄传》里，写了不少不可思议的中国古代术数怪题。例如“九宫图”、“五五图”、“百子图”（这些都是幻方问题），以及“鬼谷算”、“立方招兵”、“七曜天竺笔算”等五花八门的难题。着实令数学爱好者们动心，恨不得立即拿来研究一番。难怪华罗庚先生在研究艰深的数学之余，会十分喜欢阅读这些作品。

华先生直到晚年，笔耕不辍，他下笔万言，力透纸背，汪洋恣肆，八面来风。这些都是一般科普作家望尘莫及的优点。这其中也许有着从神奇的武侠小说中汲取了营养，咀嚼消化，融会贯通而产生的丰富联想吧！

金庸先生还有一绝，他能把小说中的男女主角写得极有个性。从前金圣叹批评《水浒传》，说是前面的宋十回（写宋江的十回书）、林（林冲）十回、武（武松）十回写得极好，如有神助，但后面的五十回则败笔太多，索然无味，如同“流水账”，于是他干脆一刀把七十回以后的书统统砍掉了。这狠狠的一刀，便是“梁山泊英雄惊恶梦”。金庸先生则绝无此种弊病。

在《笑傲江湖》这部杰作中，他把男、女主角郭靖、女侠黄蓉以及洪七公等人物写得活龙活现，使读者如闻其声，如见其人。另外又写了《九阴真经》，并在其中穿插了韩信点兵、鬼谷算、大衍求一术，以及天元、地元、人元、物元（实际上就是四元一次联立方程组）等相当过得硬的古算内容，怎不令人击节称赏，为之叹服？



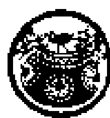


巧算灯球

《镜花缘》是清代继《红楼梦》之后出现的又一部优秀长篇小说，也是使古算研究者为之动容的、为数极少的作品。

作者李汝珍字松石，直隶大兴人（今为北京市大兴县），约生于1763年，死于1830年。他做过小官，一生大部分时间在江苏海州（今为连云港市）度过。《镜花缘》的创作历时20年之久，这部小说想象丰富奇特，风格诙谐幽默，各种古典游艺几乎无所不有，在多处地方显示了作者丰富的文化修养与深厚功力。已被译为英、法、德、俄、日等文字，影响远播海外。

作者在书中虚构了武则天时代的一百名才女，在白玉碑上镌有百人名姓，令人不禁想起《水浒传》中的石碣以及《红楼梦》中的情榜。显然，作者的这种写法还是因袭的成分居多。然而，与前人不同的是，前十名全是假名：史幽探，哀萃芳，纪沉鱼，言锦心，谢文锦，师兰言，陈淑媛，白丽娟，国瑞征，周庆覃，稍有点国学根基的人一望而知：武则天改唐为周，自己做了女皇帝，百名才女的出现不是周（武则天的国号）朝的祥瑞吗？书中真正的女主角是司百花仙子第十一名才女梦中梦唐闺臣，司牡丹花仙子第十二名才女女中魁阴若花（她是“女儿国”的“皇太子”）。另外，司洛阳花仙子第十四名才女回文锦卞宝



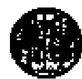
云（她是七姐妹中的大姊，宗伯府的大小姐）与司山矾花仙子第八十三名才女持筹女米兰芬也是书中的重要角色。

书中第九十三回“百花仙即景露禅机，众才女尽欢结酒令”中有着一大段文字，描写米兰芬巧算灯球的故事，历来引人注目。宗伯府的女主人卞宝云邀请众才女到府中观灯。只见楼上楼下，大小灯球无数，五彩缤纷，光华灿烂，宛如列星，令人目不暇接，然而也是高低错落，很难点数。楼下的灯有两种：一种是上有1个大球，下有2个小球；另一种是上有1个大球，下有4个小球。共有大球360个，小球1200个。楼上的灯则更加别致。一种是上做3个大球，下缀6个小球，计大小球9个为一灯；另一种是上做3个大球，下缀18个小球，计大小球21个为一灯。共有大球396个，小球1440个。问：楼上、楼下各有彩灯多少?

米兰芬不愧为精通数学的“持筹女”，心算、笔算、珠算样样都行，“三算合一”，她毫不费劲地就把答案算出来了。对于楼下的灯，她只轻描淡写地说了一句：“此可用雉兔同笼算法”，当即求出答案：

$$1200 \div 2 - 360 = 240, \quad 360 - 240 = 120$$

这种办法实质上与杨辉的解法：“倍头减足，折半为兔”完全相同。楼下的灯，被米兰芬巧妙地想象为“鸡”与“兔”了。她虽是古人，却有如此高明的模式识别能力，实在令人叹服！





至于楼上之灯，她的算法是："先将一千四百四十折半为七百二十，以大球三百九十六减之，余三百二十四。用六归，六三添作五，六二三十二，逢六进一十，得五十四，是缀十八小球灯五十四盏。以三乘五十四，得一百六十二，减大球三百九十六，余二百三十四，以三归之，得七十八，是缀六小球灯数目。"

她究竟算得对不对呢？卞宝云命玉儿把做灯单子念来，丝毫不错，大家莫不称为神算。

上述解法，如果用现代语言来叙述，便是：

$$(1440\div2-396)\div6=54$$
$$(396-3\times54)\div3=78$$

解法其实并不玄妙，设上3下6的灯有x只，上3下18的灯有y只，则可列式如下：

$$\begin{cases}3x+3y=396 & ①\\ 6x+18y=1440 & ②\end{cases}$$

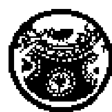
用2通除②式的左右两端，便得

$$3x+9y=720 \quad ③$$

③－①，　$6y=1440\div2-396$

$$y=(1440\div2-396)\div6=54$$

这便同米兰芬的解法毫无二致了。



用现代的代数观点与方法去解释古算，许多疑难杂症即可迎刃而解，烟消云散，真相大白于天下了。

对数文双栖、心有悟性的学子来说，这是一种很好的练习，也是一种娱乐。

附："雉兔同笼"的解法。（汉高祖刘邦的皇后名叫吕雉。当时为了避讳，把"雉"改称"野鸡"。所以"雉兔同笼"实际上即是鸡兔问题。）设：

鸡的只数 x　　头数 a
兔的只数 y　　足数 b

列式：

$$\begin{cases} x+y=a & ① \\ 2x+4y=b & ② \end{cases}$$

②式可变形为

$$x+2y=\frac{b}{2} \qquad ③$$

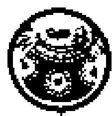
③－①，消去x，即得

$$y=\frac{b}{2}-a$$
$$=\frac{1}{2}(b-2a)$$

若改用文字叙述，这便是杨辉所谓的：

倍头减足，折半为兔。



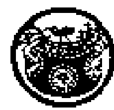


金箍棒当钉耙用

说起孙猴子的金箍棒，此物真是大有来头，孙猴子一念咒："大！大！大！"那棒就暴长起来；上抵三十三天，下至十八层地狱。说声："小！小！小！"它马上就缩得几乎看不见，可以藏在孙猴子的耳朵里，真正是神通广大，法力无边啊！

唐僧取经，路上多灾多难。有一次，孙行者、沙和尚等都被妖精捉去了，只剩下猪八戒一人落荒而逃，连他常用的九齿





钉耙也都失散，幸好有孙猴子的金箍棒还在身边，好像捞到一根救命稻草。

可是，老猪武艺不精，拿着金箍棒横使竖使都不得劲，好比关西大汉用上小姑娘的绣花针，奥妙无穷的金箍棒到他手里简直成了一件废物。他只好唉声叹气，低首下心地前往普陀山，恳求观世音菩萨降妖捉怪了。

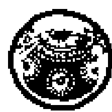
在算术里，＋、－、×、÷是不同的运算符号，其性质、意义与作用大有差别，这是连小学生都知道的普通常识。然而，奇事来了。在某些特殊情况下，它们居然也可以互相代用。好比本领已经非常到家的孙悟空，不但将自己的金箍棒运转如飞，甚至连猪八戒的钉耙与沙和尚的禅杖挥舞起来也得心应手，任何兵器到他手里都是“法宝”。在算术里运算符号成了高人手下的“法宝”，有时，乘法居然摇身一变，成了加法或减法的替身。请看：

有整数与分数相加可用乘法替代的：

$$3+1\frac{1}{2}=3\times1\frac{1}{2}=4\frac{1}{2}$$

有分数与分数相加可用乘法替代的：

$$3\frac{1}{4}+1\frac{4}{9}=3\frac{1}{4}\times1\frac{4}{9}=4\frac{25}{36}$$



也有整数与小数来扮演戏法中的角色生、旦、净、丑的：

$$19-0.95=19\times0.95=18.05$$

在四则运算中难度最高的除法看得眼红，也不甘寂寞，想试试自己的法力，亮出了自己的招数，请看：

$$4\frac{9}{28}-1\frac{4}{7}=4\frac{9}{28}\div1\frac{4}{7}=2\frac{3}{4}$$

也许上面的例子太复杂了一些，它们用上了假分数、带分数以及小数。但是，下面的例子却是低、幼年级的娃娃们也都能理解与欣赏的，例如：

$2+2=2\times2$（+与×的互相代用）

$4-2=4\div2$（−与÷的互相代用）

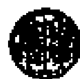
$1+2+3=1\times2\times3$（连加变连乘）



不要以为这些都不过是个别现象，偶然碰巧而已。事实上，使得这些运算符号（我们用童话的手法，把它看作兵器）可以互相代用的数成千上万，无穷无尽……

怎样使小孩子喜欢枯燥乏味的数学？2000年上海科技节活动高潮期间，来自世界各国的专家们都曾不约而同地提出了这个热门话题。随着电脑的日益普及，人脑也变得越来越懒了。目前已有“傻瓜照相机”，将来会不会在市场上推出“傻瓜电脑”呢？

说到底，好奇心正是一种刺激剂，它能促使孩子们多问、多想、多练，而最严肃的数学也经常需要这种“甘露”来滋润人们枯燥的心田。







龙的画法

世纪之交，龙年来临。龙年话龙，有关龙的文章大大得宠起来。譬如说，有人把中国境内含有“龙”字的地名:龙王堂、苍龙岭、龙首关、黄龙洞、老龙头、伏龙观……统统收集起来，写成了一篇很长的文章。

有人认为，龙生活在六千五百万年以前，后来不知什么原因突然消亡。这种看法当然是不对的。恐龙是恐龙，龙是龙，两者截然不同，不能混为一谈。

其实，龙是我国神话和传说中的形象化和民族化的动物。华夏儿女被誉为“龙的传人”；生气勃勃被赞为“生龙活虎”；神采奕奕被叹为“龙章凤姿”；步履稳健被称为“龙行虎步”；甚至字写得好也被誉为“龙蛇飞动”。所以，龙是中华民族悠久文化的象征。只是现在“龙文化”被歌颂得有点过了头。

作为神话和图腾崇拜的综合形象，美国一位人类学家认为，龙应该是天上的鹰和地上的蛇的“合体”。中国的龙已经不仅是一种崇拜的灵物（古人把龙、凤、麟、龟称为“四灵”，而龙居其首），而且是一种“天人合一”的象征。从古代中国祈雨求福的龙王逐步演变成掌握臣民生杀大权，端坐龙庭的真龙天子，中国的龙文化又同皇权紧紧地捆绑在一起。不能不认为，

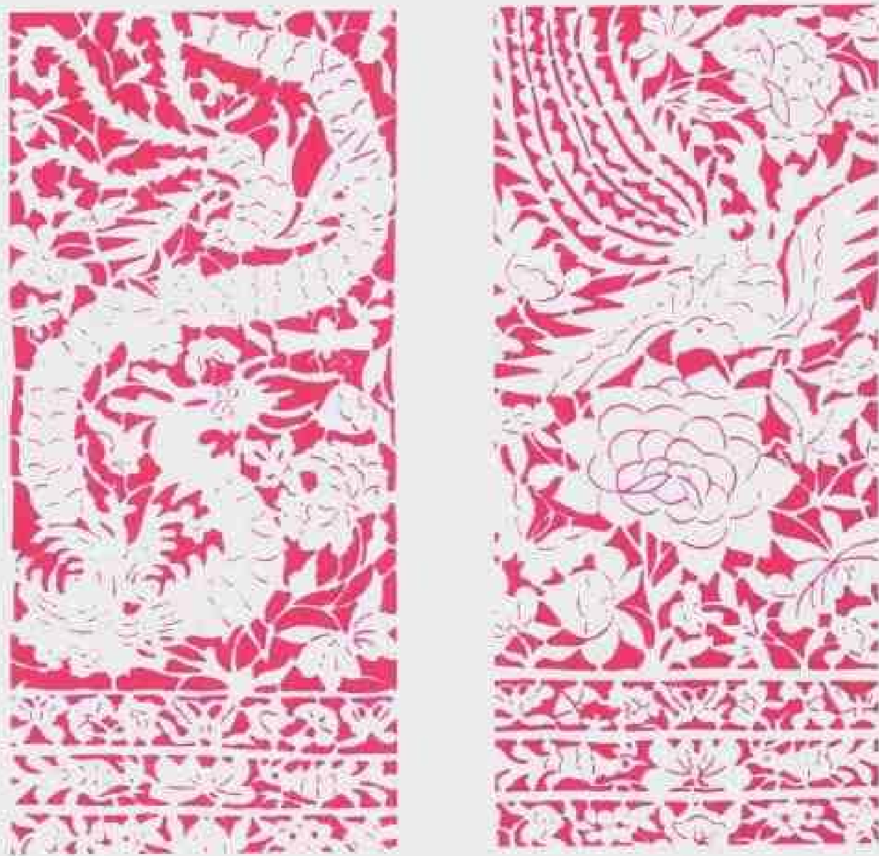


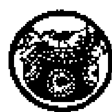
这是它的消极一面。

其实生物界中根本就没有龙，它是一个多种动物的集合体。中国的画家倒是一语道破了它的真相。

原来画龙有个秘诀："一画鹿角二虾目，三画狗鼻四牛嘴，五画狮鬃六画鳞，七画蛇身八虎眼，九画鸡脚十锦全。"你看，一、二、三、四、五、六、七、八、九、十，再加上"集合"，这就把龙与数学挂上了钩。





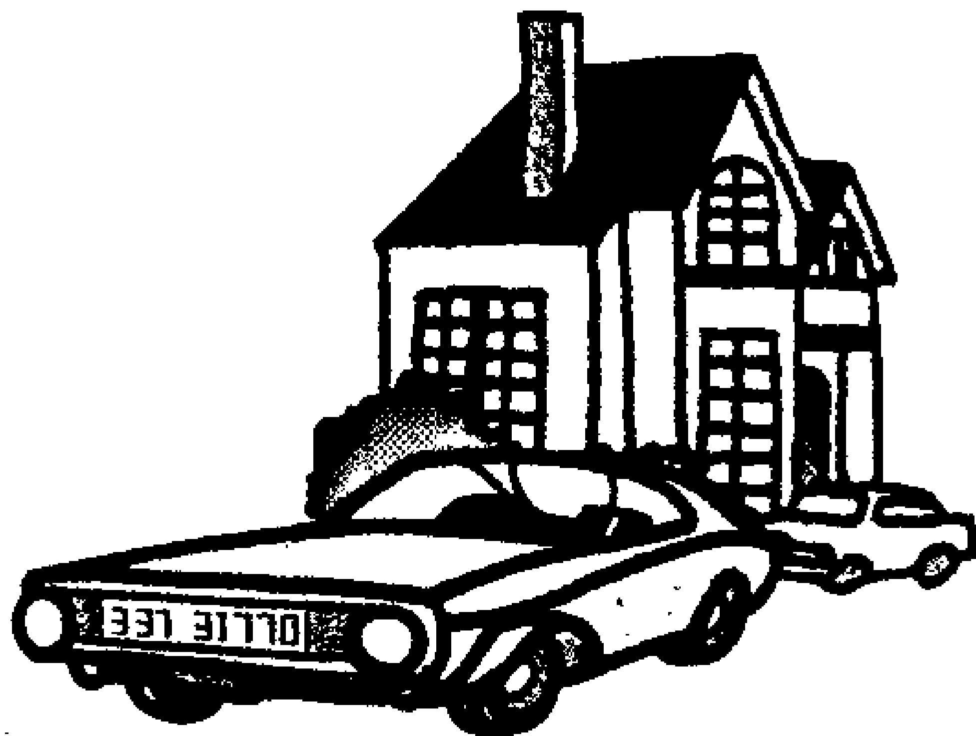


为何申请这张牌照

美国是个移民国家，他们虽说有二亿五千万人口，但是同名同姓者很少。美国的姓特别多，有法国姓、德国姓、荷兰姓、爱尔兰姓……当然也有中国姓。譬如说Lee这个姓，自然是从中国的“李”变化而来。看来，下文所说的 Ollie Lee 是个美籍华人了。

现在先来引一段原文:

When Mr. Ollie Lee bought a new car, he asked for a license plate (marker) with the number 337 31770. Here's



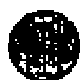


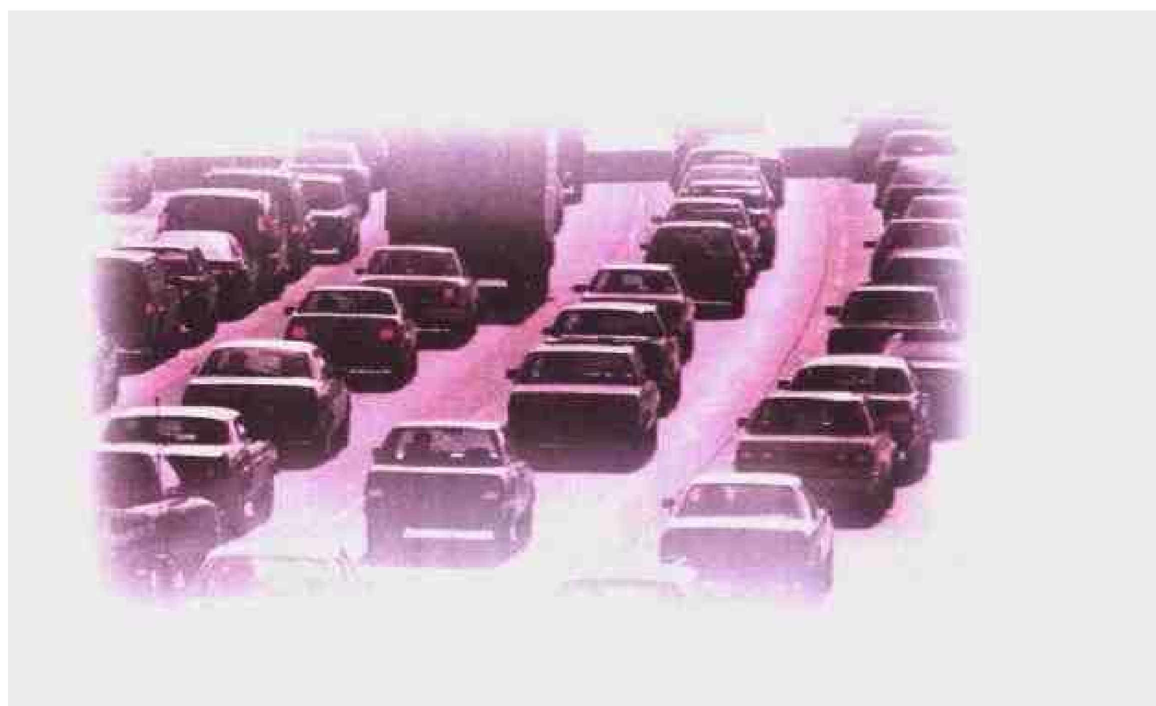
a picture of it. Can you figure out why he wanted these figures on it?

每当李欧利先生买来一辆新的轿车，他就向当局请求发给他一张号码为337 31770的汽车牌照（见前页图）。这个李先生真是个大怪人，但他自有道理，你能否猜出他为什么要申请这种号码的牌照吗?

你只要把牌照倒过来一看，就会恍然大悟。原来这个特殊的八位数，居然就是他的姓名“李欧利”的英文大写！

这位李先生真是有点想入非非。文字与数字如此紧密挂钩，合二为一，亏他想得出来！







叮叮咚咚的数学

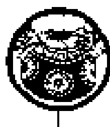
杭州的有名风景点九溪十八涧，林木葱茏，泉水淙淙。曾有许多文人墨客在此留下了不少抒情写景的佳句。清末大文豪俞曲园先生（俞平伯的曾祖父），写过一首脍炙人口的五言绝诗：

重重叠叠山
曲曲环环路
丁丁东东泉
高高下下树

这首诗经书法家恭楷书写，不多几年前还挂在杭州西泠印社吴昌硕先生纪念堂里。有趣的是，当我们吟过这首诗以后，如果再改写成下面的竖式加法形式，那它仍然是成立的。

重	曲	丁	高
+重叠	+曲环	+丁东	+高下
叠山	环路	东泉	下树

以上一共有四个加法等式，每个汉字都代表了一个阿拉伯数字。要求在同一个式子中，凡是相同的汉字都代表相同的数



字，不同的汉字代表不同的数字。那么请想一想，能否通过简单的分析方法，求出这四个等式的答案呢？

可以看出，这四个加法算式都可以用一个统一模式来表示，即：

$$\begin{array}{r} A \\ +\,AB \\ \hline BC \end{array}$$

按照十进位表示法，二位数AB，实际就是$10A+B$的意思，譬如98就是$9\times10+8$，于是上面的竖式便可写成：

$$A+10A+B=10B+C$$

移项整理后，我们得到下面的简单不定方程，即：

$$11A=9B+C$$

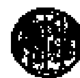
这里的A与B必须是不同的数字，故$A\neq B$。经过试验可知，本问题只可能有四组解答，即：

$A=5$，　$B=6$，　$C=1$；

$A=6$，　$B=7$，　$C=3$；

$A=7$，　$B=8$，　$C=5$；

$A=8$，　$B=9$，　$C=7$。





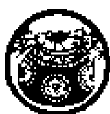
于是原来的四句五言诗，便对应着下列四个算术等式：

$$\begin{array}{r} 5 \\ +56 \\ \hline 61 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ +67 \\ \hline 73 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ +78 \\ \hline 85 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ +89 \\ \hline 97 \end{array}$$

诗句竟然有算式可与之对应，这恐怕是作家本人——当年的俞曲园先生也梦想不到的吧！

事情虽小，倒也能生动地说明数学的思想、方法、观点是可以渗透到各个领域中去的。有句名言说，“数学是大千世界的语言”，它像泉水一样，也是叮咚作响的。

需要补充的是，经笔者首先指出以来，嗣后的研究家们又有不少补充。限于篇幅，此处不想一一列举。某位哲人说过：“有时候，发现问题比解决问题更重要。”笔者衷心希望后人能发现更多的数学与文学之间的联系。“数学的这口深井，是永远也不会涸竭的。”



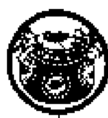
教我如何不想他

“天上飘着些微云，地上吹着些微风。啊！微风吹动了我头发，教我如何不想他”；“月光恋爱着海洋，海洋恋爱着月光。啊！这蜜也似的银夜，教我如何不想他”……这首由刘半农作词，赵元任谱曲的打动人心的歌曲，从20世纪20年代起，长久被人们传唱着。

赵元任先生是我国著名的语言学家、音乐家，1938年赴美，先后任夏威夷、耶鲁、哈佛、加利福尼亚等著名大学的教授，从事教育事业六十多年，桃李满天下。著名语言学家王力先生（现已去世）就是他的学生，再传和三传弟子在海内外的不胜枚举。

赵元任先生于88岁高龄时回到故乡江苏省常州市，亲眼看到了故乡的巨大变化，心里着实感动。我国领导人邓小平也亲切接见了他。他在北京访问时，还会见了胡乔木、钱昌照、周培源、吕叔湘、王力、侯宝林等领导与知名人士，探讨学术，畅叙友情。

赵先生应中国社会科学院的邀请，在北京小住时，人们曾请教他，《教我如何不想他》可否理解为一首爱情歌曲？赵先生回答道，也可以这样看，但“他”字可以是男的他，女的她，



代表着一切心爱的他、她、它。这是因为，歌词是刘半农先生当年在英国首都伦敦写的，有思念祖国和怀旧的深情。

早在1910年，在四百三十多名考生中，赵先生以第二名的优异成绩被录取为庚子赔款留美学生，进入美国康奈尔大学攻读数学，后又转入哈佛大学获得哲学博士学位。1920年，他回国任清华大学数学、物理兼心理学讲师，其后又赴法、德等国改行研究语言学。由此可见，赵元任先生与数学是颇有渊源的。

有趣的是，就拿这首有名的歌曲《教我如何不想他》来说，也已被人改编为算题：

$$
\begin{array}{rccccccc}
 & & & & & & & \text{他} \\
 & & & & & & \text{想} & \text{他} \\
 & & & & & \text{不} & \text{想} & \text{他} \\
 & & & & \text{何} & \text{不} & \text{想} & \text{他} \\
 & & & \text{如} & \text{何} & \text{不} & \text{想} & \text{他} \\
 & & \text{我} & \text{如} & \text{何} & \text{不} & \text{想} & \text{他} \\
+) & \text{教} & \text{我} & \text{如} & \text{何} & \text{不} & \text{想} & \text{他} \\
\hline
 & \text{何} & \text{何} & \text{何} & \text{何} & \text{何} & \text{何} & \text{何}
\end{array}
$$

由于这首歌曲实在太有名，民国初年极其流行，人人爱唱，所以权威性的日本《数理科学》杂志收到来稿后就立即发表了这道题目。按照约定，相同的汉字代表相同的数码，不同的汉字代表不同的数码。那么，你能不能运用一些简单的逻辑推理，把这个别开生面的算式猜出来呢？

容易看出，“他”是不能代表5的，否则，“何”也要等于5的，违反了约定。



另外，“他”也不能等于0、1等，这也很容易看出来。“他”又不能代表7，因为7×7=49，于是，“何”=9，再进上一位4，由于9-4=5，但要使“想”的6倍等于5，这是不可能的。这样逐一排除的结果，“他”只有唯一的可能性，即等于6，“突破口”一旦找到，本题即可迎刃而解矣。答案是：

```
             6
            36
           836
          2836
         72836
        572836
+)     1572836
---------------
       2222222
```

另外，“教我如何不想他”还有一个很特异的性质，值得指出来。如果从左到右，每次删去一个字，句子将会越来越短，但它们全都可以独立成句，这也是很少有的现象，于此也可看出作者深厚的汉语根底。



棋王排局

中国象棋里有许多数学问题，涉及“初始条件”、“边界条件”、“相平面”、“0博弈值”等重要数学概念。记得以前的《数学通报》上偶尔也发表过几篇有关的小文章，现在早已看不到了。

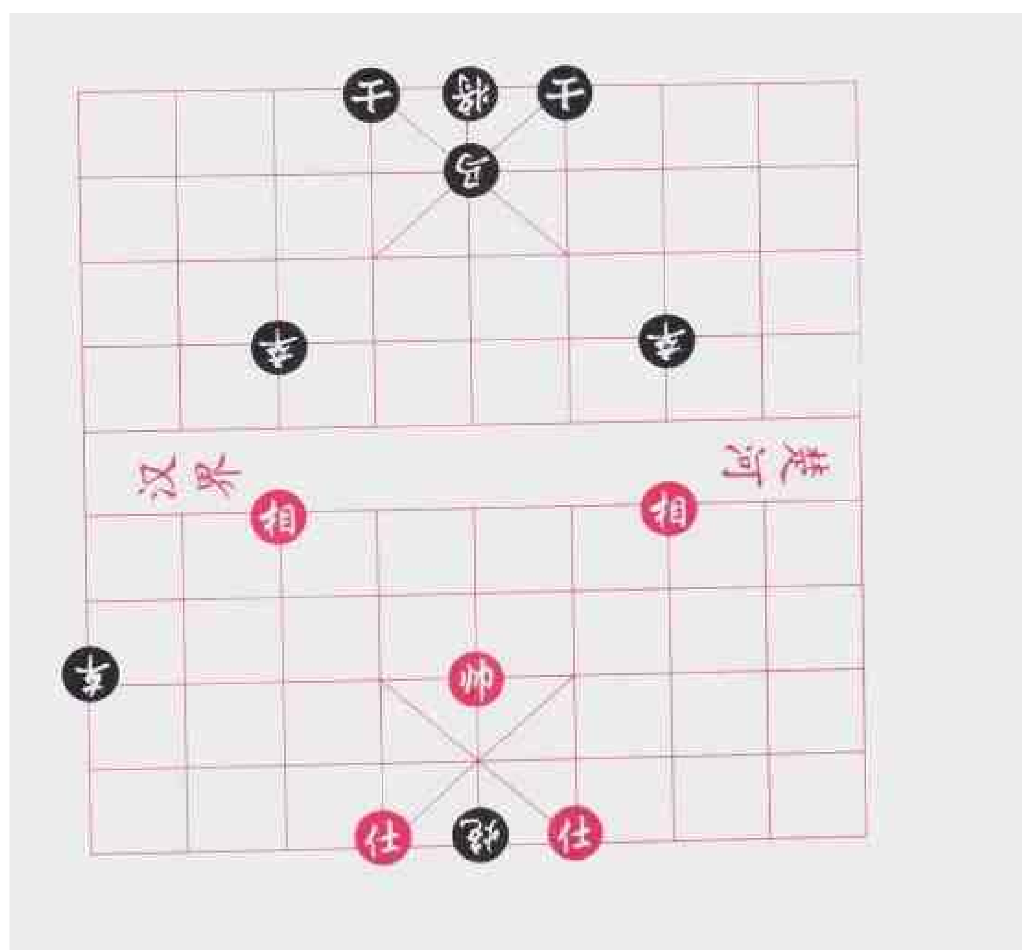
谢侠逊先生是有名的象棋好手、排局专家，号称“百岁棋王”，他是浙江平阳人。抗战期间，太平洋战争（1941.12.8—1945.8.15）之前，他曾到新加坡等地寻师访友，宣传抗日。后来由中华书局出版了一本《南洋象棋专集》，是一部非常重要的象棋名著。

在一次聚会上，谢先生出了一个趣题，要大家动脑筋猜一猜：“今有一个残局，红方只剩守子仕相全了，黑方却有车、马、炮、双卒、双士，而且正在照将，气焰嚣张之极。好比日本鬼子正在金山湾登陆，包抄后路，一旦淞沪撤守后便要直扑南京，我方局势危急透顶。不过我方尚有先走之利，而日本军阀多行不义必自毙，所以结果将是红胜。各位先生能排出这个棋局吗？”

大家一听惊愕万分：“这怎么可能呢？难道仕相能够飞过河去？”一番苦苦思索之后，大家都交了“白卷”。

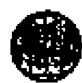


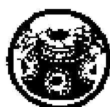
解铃还须系铃人。到头来，还是由谢先生公布了答案（见图）。



大家一看，拍手叫好。你看，红方的相把黑方的车吃掉之后，黑方的三、七路卒硬着头皮过河，被红方的相手到擒来。此时，黑方没有办法，只好走炮“送死”。这时，黑方已到了山穷水尽的地步，日落西山，气息奄奄。因为，黑方的马无法跳开。于是，只好闷宫，被活生生地憋死了。

轮到谁走棋，而他已无法走时，这就是博弈论中的“0值”，尽管他赫赫扬扬，不可一世，还是算他输！





英语字母的数字账

中国的高校招生考试将进行重大改革，采用3+X的办法。但你们不必担心，因为3+X中的“3”是基本不变的，而且要大大加强。这个“3”，就是指三门主科，即语文、数学与英语。数学与英语，表面上看来好像是南辕北辙，关系疏远，其实两者之间也是互有联系的。现在就让我们来看一看语言的基石字母吧。

英语字母起源于拉丁字母，最初只有21个。后来，由于需要，把源自希腊的字母Y和Z移植过来，放到字母表的最后。再后来，从拉丁字母I分化出了J，从U又分化出V，而两个V连在一起又变成了W，这样就逐渐形成了现在的26个英语字母。

可以独立作为单词使用的英语字母只有两个：A和I，其基本词义是“一”和“我”。

用作词首最多的字母是S，最少的是X。

英语字母I作为一个单词，无论它在何处出现都要大写。

使用频率最高的字母是E，最低的是Z。

除了极少数的缩略字，英语中所有以q起首的单词，其组合情况都只能是qua、que、qui和quo。其开路先锋竟是近代物理中，比基本粒子还要小的quack（夸克）一词。



英语中两个字母与三个字母的组合ed、er、th、ty、est、ing 等经常出现。福尔摩斯正是利用这种频率分析法，破译了奇案《跳舞的小人》中的密码，从而抓住凶手，绳之以法的。

含有26个字母的最短的英语句子为：

The quick brown fox jumps over a lazy dog.

（飞跑的棕色狐狸跳过一只懒狗）



这个句子共有33个字母，其中字母a出现二次，e出现二次，o出现四次，r出现二次，u出现二次，其他字母都只出现一次，重复率是最低的。



笑话幽默·忍俊不禁





二百五

二百五，可不是一个好数字：民间常用它代指傻瓜、笨蛋。说起它的来历，倒也各有各的说法，后世的人不易考究其真伪。下面是一个流传较广的故事。

战国时期，有个历史人物叫苏秦，是个纵横家。他说服韩、赵、魏、齐、燕、楚六国联合起来，结成政治、军事同盟，来对付西方强大的秦国，从而受到了六国君王的赏识，被封为丞相，号称“六国拜相”。

正当苏秦在齐国积极效力时，遇到了刺客。苏秦腹部中剑，抢救无效，当天夜里就死了。齐王闻讯大怒，立即下令捉拿凶手。可是，刺客早已逃得无影无踪，又到哪里去捉呢?

齐王灵机一动，想出了“引蛇出洞”的妙计。他突然翻起脸来，下令把苏秦斩首，砍下他的脑袋，把血淋淋的人头悬挂在城门口，还张贴了黄榜，上面写道：“苏秦乃是内奸，死有余辜。今幸有义士为民除害，真是大快人心。现在大王有旨重赏，奖励黄金千两，请义士快来领赏。”

此榜一出，果然有人上了钩。竟有四人前来领取赏金，而且异口同声地一口咬定：苏秦乃是自己所杀。

官员们把这四人“请”去朝见齐王。齐王假惺惺地问了一



些情节。然后像煞有其事地发问："你们看，这一千两黄金怎么个分法？"

四人回答："每人二百五。"原来，他们很会做除法：

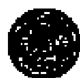
$$1000 \div 4=250$$

或者来一下心算，两次"对半分"，那就更快些：

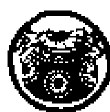
$$1000 \div 2 \div 2=250$$

齐王听罢，拍案大怒："把这四个'二百五'推出去斩了！"于是，四个傻帽儿一命呜呼，便留下了"二百五"的故事。

四个笨蛋当了替死鬼，至于真正的刺客呢，据说是秦国派来的杀手，早已逃回秦国去了。他能否领到秦王的重赏呢？恐怕也不见得。秦王顶多骗他一阵，最终还是要杀人灭口的。







东方朔的妙论

汉武帝刘彻是汉朝皇帝中寿命最长与统治年代最久的一位，做了五十四年的皇帝。他统治下的汉朝国力强大，民生安定，是汉朝的极盛时期。那时制造的金缕玉衣等出土文物，工艺之精良，举世瞩目，被认为是无价之宝。

渐渐地，汉武帝变得骄傲起来，听不进忠言，还学秦始皇，接连派出好几批人出海上山，求仙找药，梦想长生不老。

当时宫廷里养着一个小丑，名叫东方朔，常在武帝身边说些俏皮话，供皇帝谈笑取乐。其实东方朔是一个很有智慧的人，他经常想出一些点子和怪招，劝阻皇上不要去干无益的蠢事，因此后世之人称颂他为演滑稽与说相声的“祖师爷”。

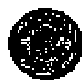
汉武帝逐渐衰老了。一天，他在宫中照镜子，看到自己满头白发，形容枯槁，便闷闷不乐起来。他对身边的侍从说：“看来我终究难免一死。我把国家治理成这个样子，上对得起列祖列宗，下对得住黎民百姓，也算不错了。只有一件事情放心不下，不知道死后的‘阴间’好不好？”众人听了，面面相觑，不敢回话。东方朔却说：“阴间好得很，皇上尽管放心去吧！”汉武帝听后大惊，连忙问他：“你是怎么知道的？”东方朔不慌不忙地回答：“如果那个地方不好，死者一定要逃回来的。可是他



们却没有一个人逃归，所以那边肯定好极了，真是个极乐世界哩！”汉武帝听后大笑，满面愁容顿时散去。

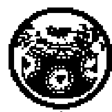
又有一次，有人从昆仑山瑶池带回灵药，据说是向西王母娘娘求来的不死药。不料，此药被东方朔偷吃了。汉武帝大怒，下令把东方朔五花大绑，砍头问罪。别人吓得屁滚尿流，谁都不敢劝阻。东方朔却面不改色，嬉笑自若，他对皇帝说："既然是不死药，皇上是杀不死臣的，何苦多此一举？如果真的把臣杀死了，那就反证不死药没有功效，吃了等于不吃，还是要死的。这种伪劣东西，为什么拿来欺骗皇上？"武帝一听，哈哈大笑，连忙下令放了东方朔，还赏赐美酒，给他压惊。

以上这则笑话引自明末刊本《雅谑》，原题"浮白斋主人述"。作者究竟为何人，有不同说法。有人认为是许自昌，也有人认为就是冯梦龙。原文如下："不死酒（题目名称）。汉武帝时，有贡不死之酒者。东方朔窃饮焉。帝怒，欲杀之。朔曰：'臣所饮，不死酒也。杀臣，臣必不死。臣若死，则酒不验。'帝笑而赦之。"

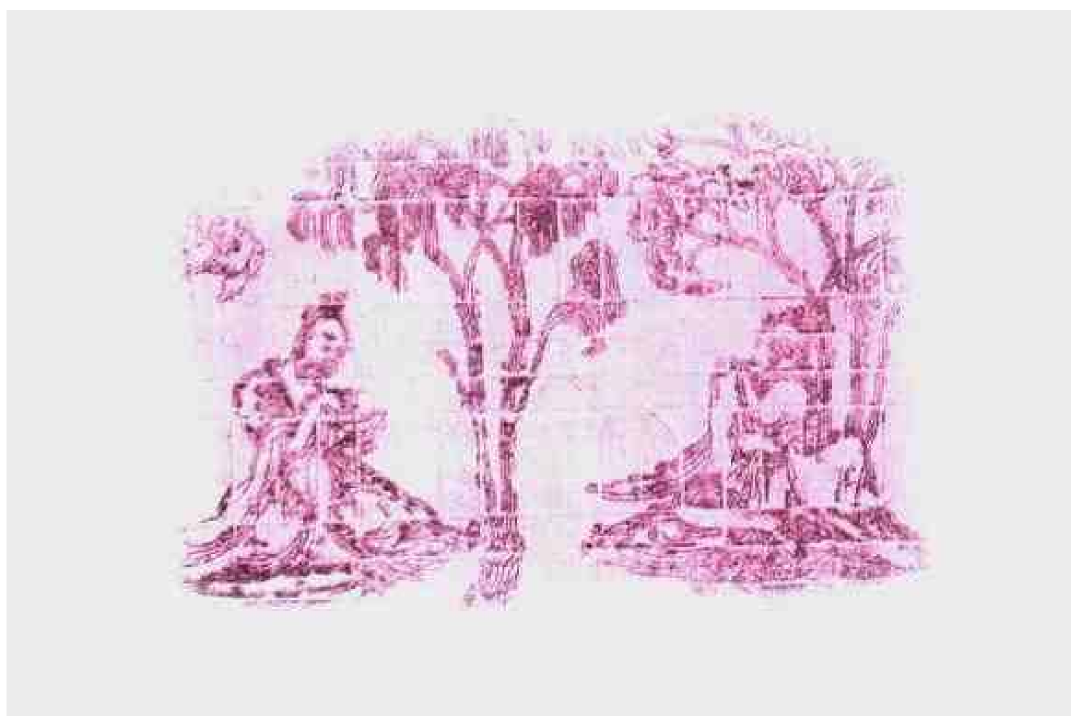


东方朔的妙论实际是一种数学逻辑，这不禁令人想起数学里极其有名的"理发师悖论"。某村规定：自己不能给自己理发，村子里所有的人必须由全村唯一的理发师理发，不得有犯。那么，理发师自己的头发该由谁去剃呢？若叫别人来剃，那就违反了规定；如果自己剃，还是违反了规定。左也不是，右也不是，无法对付。看来，逻辑妙题并不是西方人所独有啊！

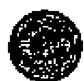
东方朔看来对算术中的比例算法还相当精通，而且能够熟练运用。下面再转录一则，但不打算把它译成白话文。



汉武帝对群臣云:“相书云:‘鼻下人中长一寸,年百岁。’”东方朔忽大笑,有司奏不敬。朔免冠云:“不敢笑陛下,实笑彭祖面长。”帝问之,朔曰:“彭祖年八百,果如陛下言,则彭祖人中长八寸,面长一丈余矣。”帝亦大笑。







咄咄怪事

1966～1976的十年动乱期间政治笑话满天飞舞，有人曾出过一本《“文革”大笑话选》，其中所收录的笑话，其构思之奇妙，言语之唐突，是古人连做梦也想不出来的。现分述其中的两则。

“文革”期间，有位“不识时务”的老师还在认真地上数学课，他对大家说：“同学们，这节课给大家讲讲假分数……”

有一个姓左的红卫兵一听，这还了得，“臭老九”又在放毒了！当即“噌登”一声站起来：“最高指示——‘假的就是假的，伪装应当剥去……’革命的同学们，在无产阶级的数学领域里，决不允许虚假的东西存在！我们要真分数，不要假分数！”于是这堂课大家一哄而散。

几年后，有一天，左某在街上东游西逛，来到一家出售煤球炉的商店门口，售货员正在热情地向顾客推销：“这是一种新式煤球炉，它最大的特点是省煤，能节省三分之一。”

“谢谢介绍。我要买三只煤炉。”左某直截了当地提出要求。

“你家里有几口人？买三只煤炉不嫌多吗？”

“一只煤炉能节省三分之一的煤，我买三只煤炉不是一点煤也不要用了吗？这不，$1-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=0$！伙计，‘文革’时期



你在哪里插队？我看，你的分数没有学好，要不要我来教教你？”说完，他洋洋得意起来。

按照当时的供应规定，此种煤炉必须凭票购买。限购一只，需要上交三张票。左某说什么都不肯付三张票，只肯拿出两张。他说：“你这种煤球炉子可以节省三分之一的煤，那么，按照正比例算法，票子也应该节省三分之一，所以给你两张票是公平的交易，绝对错不了。”

真是歪理十八条！姓左的如此应用分数与比例概念，实在是让人哭笑不得。







气走来宾

从前，有个人财大气粗，自命不凡，认为有钱能使鬼推磨，没有办不成的事。但他肚子里缺少墨水，说起话来随随便便，从不考虑，就轻易出口。为此，他得罪了很多人，朋友越来越少。

有一天，他设宴请客，桌上摆满了鸡鸭鱼肉，山珍海味。来宾倒也不少。但他一看，有几个重要人物还没有光临，就不假思索，自言自语道：

“该来的怎么还不来呢？”

在座的客人们一听，心里凉了一大截，心想：照他这么说，我们是不该来的喽！子是，有一半人连招呼也不打就走了。

他一看，这么多人不辞而别，便着急地说：

“啊！不该走的倒走了！”

剩下的人听了，心里好不生气，“他这么说，是当着和尚骂贼秃。这么说，我们是该走的了！”于是，又有三分之二的人不告而别。

一看这阵势，这位东道主急得直拍大腿：

“这，这，我说的不是他们啊！”

剩下的三个客人听了，心里着实不是滋味，“不是说他们，



那当然是说我们啦！”于是，二话不说，也都气冲冲地打道回府了。

结果，宾客全部跑光，只剩下主人一个人干着急。

你知道吗，在这位愣头愣脑的“马大哈”主人说第一句话之前，已到了多少客人？

答案很容易算出，列一个一元一次方程解一下就行了。

设原有客人为x，则有：

$$\frac{x}{2}+\frac{2}{3}\times\frac{x}{2}+3=x$$

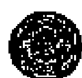
$$\therefore x=18$$

所以，他曾有过18位客人，后来都气跑了。

不过，用心算可以更快些。

很明显，三个人即相当于全部宾客的一半的三分之一，由于$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$，所以$3\div\frac{1}{6}=3\times6=18$（人）。





左右搬家

城市里的噪音实在是一种公害。每年高考期间，为了让考生静心温课迎考，有关部门规定，市内所有的建筑工地都要尽量减低噪声，尤其严禁夜间施工。

古人虽然不懂得什么“分贝”数字的限制，但生活在噪音环境里的人，照样心烦意乱，六神无主，深受其害。于是只好学学孟子的老母，迁地为良，或者千方百计、动员别人搬家。

话说前朝某代，有一户人家正好夹在铜、铁铺子的当中。不论白天、黑夜，耳朵里听到的都是沉重的锻击、打铁声音，撕心裂肺，实在吃不消。一年下来，家里人人日见消瘦。此人实在无法可想，只好央求两户人家迁居他处。

两家老板答应了，决定近期择吉迁走。此人一听，好不高兴，于是办了一桌丰盛酒席，招待两家老板，还备了两份厚礼。席间，觥筹交错，谈笑风生，揎拳行令，尽欢而散。

这户人家十分高兴，总算办成了一桩大事。于是，全家南游，前往“人间天堂”苏、杭去探亲访友了。谁知回到家里，吵闹之声依旧如故。此人大怒，便去责问两家老板，为什么说话不算数。

铜匠铺和打铁店老板齐声回答：“谁说没搬？我们不是搬



了家吗？原在你家左边的迁到右边，原在你家右边的迁往左边。恰好两家店铺的店面大小、设备几乎一模一样，真是各得其所，皆大欢喜。肉包子打狗，怎么不吃？”此人一听，顿时傻了眼，啼笑皆非，无计可施。这个左右对调，等于原封不动。

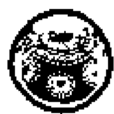
当然我是编不出这个故事来的，它也有来历，来自豫章（今为江西省）醉月子选辑的《雅俗同观》，原文如下：“迁居（题目）。有中邻于铜铁匠者，日闻锻击声，不堪忍闻，因浼人求近迁去，二匠从之。其人喜甚，设酒肴奉饯。饯毕，试问何往，匠同声对曰：‘左边的迁在右边，右边的迁在左边。’”

还有一个左右搬家的例子：秋天的秋字，由两部分组成，左边是“禾”，右边是“火”。但是，在苏、杭、扬州、镇江等地一些风景区，园林的对联和匾额里，至今仍能看到“秋”的异体字“烁”。左、右两个部件一旦搬了家，绝大多数游客（甚至包括导游在内）也就傻了眼，不认识这个字了。

苏东坡的“苏”字，大家都认得，但无甚趣味。原来的繁体字，却是写成“蘇”的，可是在许多字帖或石碑里，也常常写作“蘓”。左右同样可以对调。

于是想到了一桩酒席上拿鱼吃的著名笑话，也同数学上的左右对换挂得上钩。文云：

李章赴邻家小集，主人素吝，既进馔，主前一鱼，特大于众客者。章从旁见之，即请于主曰：“每见人写‘蘇’字，其鱼字或在左，或在右，何也？”主曰：“古人作字，不拘一体，从便移易耳。”章即引手取主前鱼示众曰：“从主命，今日左边之鱼，亦合从便移过右边。”一座为之喷饭。



数学上，左右可以对调的例子实在太多，例如普通乘法里，$a \cdot b = b \cdot a$，小学生背"九九表"，大声叫道："三七二十一"，他第一次碰到7×3，有点转不过弯来，老师就教导他，七乘三同三乘七是一样的。他一听，便开了窍。

说到这里，忽然想起了一桩相当有名的争论故事。在算式$a \times b = c$中，a叫被乘数，b叫乘数，c称为乘积。许多小学老师对此抓得很紧，丝毫不肯放过，若有差错，就要扣分。但是，我国著名数学家、中国科普作家协会新任理事长张景中院士则认为，得放松处须放松，何必苦苦纠缠在这个问题上，他的看法得到了许多人的共鸣，大家纷纷响应。不过，也有人表示不同意的。美国著名影都Hollywood，中国大陆译为"好莱坞"，但是港、澳、台人士的报刊上都译为"荷里活"，表面上比左右对调差别还大，但实际上合二为一，仍然是同一个地方。



当然也有左右不能对调的例子，例如置换：

$$\begin{pmatrix}1&2&3\\3&2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&3\\1&3&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1&2&3\\1&3&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&3\\3&2&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2&3\\3&1&2\end{pmatrix}$$

$$\therefore\begin{pmatrix}1&2&3\\3&2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&3\\1&3&2\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}1&2&3\\1&3&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&3\\3&2&1\end{pmatrix}$$

另外，在矩阵运算与向量的叉积（外积）中，一般也是不能满足交换律的，也就是说，如果左右调换，结果根本不一样。



我不见了

古人有个奇妙的悬念，人死了以后都要去地狱报到，阎王根据他生前的所作所为来奖罚他。经过一道道“程序”之后，最后来到第十殿“转轮”，以便重新投胎。

有个人一贯做好事，来到地狱，阎王就问他想投生什么，此人提出要求：

“父是尚书子状元，绕家千顷好良田，
鱼池奇花样样有，娇妻美妾个个贤，
金银米谷都充栋，盈箱绸缎与绫罗。
身居一品王公位，安享荣华寿百岁。”

阎王一听，不禁伸出舌头：“真有这等好差使，待我自己去，情愿将阎王让你做！”

这个笑话妙在最后一句，据说是清朝通俗文学作家，笑话大师石成金的杰作。

石成金还有一则笑话杰作，流传极广：有一个傻里傻气的公差奉命押送一个犯了大罪的和尚，任务非常艰巨。他怕自己

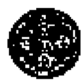


记性不好，丢三拉四，于是给自己编了两句口诀："包裹、雨伞、锁；文书、和尚、我。"一共是六样东西，沿途像念经一



样，翻来覆去地背诵。和尚知道他是个呆子，便设法用酒把他灌醉，剃掉他的头发，把枷锁套在他的脖子上，然后自己逃走了。

差人酒醒以后，睁开眼睛，总觉得有点不对头，便自言自语道："让我查一查看。包裹，有；雨伞，有。"摸摸脖子上的枷锁，说："枷锁，有；文书呢，也有。"他忽然惊呼道："啊呀，不好了，和尚不见了。" 过了片刻，他摸了摸自己的光头，喜道："喜得和尚还在。"最后，顿足叹道："我不见了。"





大家莫笑差人敌我不分，他的根本错误在于把自己也看成是一件东西，同身外之物混为一谈了。当代大数学家，波兰人谢尔宾斯基的思路居然也有异曲同工之妙。他出门旅行或者参加学术会议时，总要清点随身行李，而且是从第零件开始，接下来是第一件，第二件 …… 别人看他这种傻乎乎的模样，笑问:“教授，您有几件行李呀?”他总是笑而不答。但是，谁要是偷了他一件行李，他是马上能够发觉的。

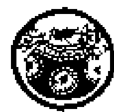
谢尔宾斯基认为传统的那种从1开始的计数法1、2、3……，最后那个数既指最后那件行李，又指行李的总数。这种用法，实际上是把基数与序数混为一谈了。所以他认为需要进行改革。你们不要认为谢尔宾斯基的想法是标新立异，无事生非。实际上他的观点相当尖锐、深刻。譬如说，20世纪60年代实际指的是1960～1969这十年。21世纪究竟始于哪一年，是2000年还是2001年？各方面的看法分歧很大。从本质上来说，这就是计数应始于0还是始于1的差别！

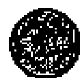
经过长时间的争论，21世纪的第一年总算有了结论：要从2001年开始。由于公元并无0年，公元元年的上一年是公元前1年。实际上，“元年”这个词的本身就已经明明白白地指示了第一年。

在数学上，a的0次方是一种定义，一种规定。当$a\neq 0$时，可以定义$a^0=1$。

同样，0的阶乘$0!=1$也是人为的规定。

行列式从一阶行列式算起，从来就没听说过有什么0阶的行列式。





谁最幽默

汤姆生教授有一天因事不能去上课，他在教室里挂了一块牌子，上面写着：

Professor Thomson will be unable to
meet his classes today.
汤姆生教授今天不能来上课。

一个调皮学生走上去，用黑板刷把classes这个单词的第一个字母c擦去，原来的句子变成了下面的样子：

Professor Thomson will be unable to
meet his lasses today.
意思竟变成：
汤姆生教授今天不能同他的姑娘们相会了。

顿时引起哄堂大笑。不料教授把事情办好了，赶回来上课。他的一只脚刚踏进课堂，就听到笑声，回过头来发现了调皮学生的恶作剧，倒也不怎么生气。转身过去又把lasses的第一个



字母l擦去。句子又变成:

Professor Thomson will be unable to
meet his asses today.

意思又为之一变，成了：

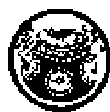
汤姆生教授今天不能同傻瓜(笨驴，蠢人)们会见了。

这个笑话的数学味道很浓，灌输了“变换”的概念，对记忆单词与句型很有帮助。而且，几何学里本身就有一个相当出名的“驴桥定理”典故，可作进一步的引申发挥。在一个三角形中，若两底角之分角线相等，则此三角形必为等腰三角形。这就是有名的“驴桥定理”。不利用三角、代数，单纯使用初等平面几何的方法也是可以证明的，但是拐弯抹角，证起来相当不容易。不要说初中学生，就是陈年老儒，饱学之士，若无准备，猛然遇上了它，也要被它难倒。西方人把笨蛋称作驴子，因此就有了“驴桥定理”这一谑称。

“谷雨三朝赏牡丹”，它又能使人联想到号称“国色天香”的牡丹花王的一个奇异品种——“娇容三变”。

成语俗语·别有洞天





成语算式

我对数谜从小就深感兴趣，但这里面也有一个逐步深化的过程。

自己的名字里有个“柏”字，根据形声字的造字规律不难造出一个字谜，相当有趣别致：

左边九加九，右边九十九（打一字）

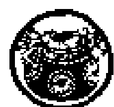
9+9=18，再将“十”与“八”凑成一个“木”字偏旁。至于99呢，那不是100－1吗？从“百”字减去一划，就得出“白”字了。

虽然转了一些弯子，但自己总嫌它太浅显，经过改造，总算把谜面改成：

“左边：泰山顶上的青松，有一棵算一棵；
右边：晚饭少吃口，能使你长寿。”

这样就相当难猜了。

中国成语里包含着大量的数字，有如嵌在其中的珠玉，为



世界上任何其他文字所不及。如能把成语的范围再扩大到民间俗语、谚语和歇后语，那么题材就非常丰富了。

我自己就特别欣赏下面的算式：

40÷6=？（打一句俗语）

谜底是“陆续不断”。它居然同循环小数挂上了钩，真有点“天造地设”了。

也可以用成语、俗语通过算式反映成一个数学关系。但不能“拉到篮里就是菜”，它们之间也应具有因果关系，或某种联系。中国古代流传下来许多咏物诗、怀古诗（《红楼梦》里就有许多佳例），可供我们借鉴。

下面就举出一些实例：

（三天打鱼）－（两天晒网）＝（一事无成）

3 － 2 ＝ 1

（十年树木）×（百年树人）＝（各有千秋）

10 × 100 ＝ 1000

（三顾茅庐）＋（六出祁山）＝（九伐中原）

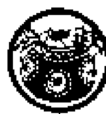
3 ＋ 6 ＝ 9

（诸葛武侯在刘备死后辅佐幼主刘阿斗）

（十八般武艺）＋（三十六计）＝（五湖四海）

18 ＋ 36 ＝ 54





(七十二变) ÷ (三头六臂) = (举世无双)

72 ÷ 36 = 2

(三令五申) + (一板三眼) = (四平八稳)

35 + 13 = 48

(一问三不知) × (六神无主) = (七荤八素)

13 × 6 = 78

(五颜六色) ÷ (七窍生烟) = (八面玲珑)

56 ÷ 7 = 8

(中国人历来有爱石、赏石的传统。上古神话即有女娲氏炼五色石以补天的说法。所谓“花能解语还多事，石不能言最可人”，奇石的地位甚至在花之上。此风至宋朝已到了登峰造极的地步，大书法家米芾竟然对石作揖，拜石为兄。

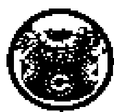
从前苏、杭、扬州都有一些宋徽宗赵佶的“花石纲”遗物，这些色彩奇异、玲珑剔透的奇石，如烟熏其中，则每一洞孔“七窍”之内均有烟出，分道扶摇而上，令人目眩神迷，叹为观止。)

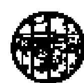
(一意孤行) + (三军抗命) = (四面楚歌)

1 + 3 = 4

(当年西楚霸王项羽被困垓下；霸王别姬，自刎于乌江也)

以上所拟成语算式，虽经大量筛选，有的需意会，有的还不太理想。希望借此抛砖引玉，开发出一些新奇、隽永、醇厚的东西，以便在中国文学里添加一些“调料”。

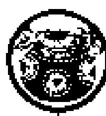




洞见症结

提起名医，人们马上就会想到华佗与扁鹊。他们的医术精湛，有起死回生的本领。

一般人所指的扁鹊，原名秦越人，是战国时代的人物。伟大的历史学家司马迁在《史记》里记载过他的事迹。



扁鹊年轻时，曾在旅店里做伙计。有位民间医生长桑君常来投宿。扁鹊见他医道高明，活人无算，时常向他请教。长桑君看到扁鹊聪明过人，虚心好学，道德高尚，能够济困扶危，决定收他为徒。过了几年，有一天，长桑君把所有的秘方与书籍交付给扁鹊，随即飘然远去，云游四方，不知所终。

后来，扁鹊依照老师的教导，连服了三十天的药，他的视觉、听觉、嗅觉、触觉和味觉都比普通人大大灵敏。他给人看病时，目光如电，能看到病人的五脏六腑，一切肿瘤和溃疡都逃不过他的眼睛，就像是现代的X射线一样具有穿透能力。经他诊治以后，总是药到病除，霍然而愈。

“洞见症结”这个成语，就是从上面的传说故事中概括出来的。它的意思是具有敏锐的观察能力，能看到事物的本质与关键，从而一针见血地解决问题。

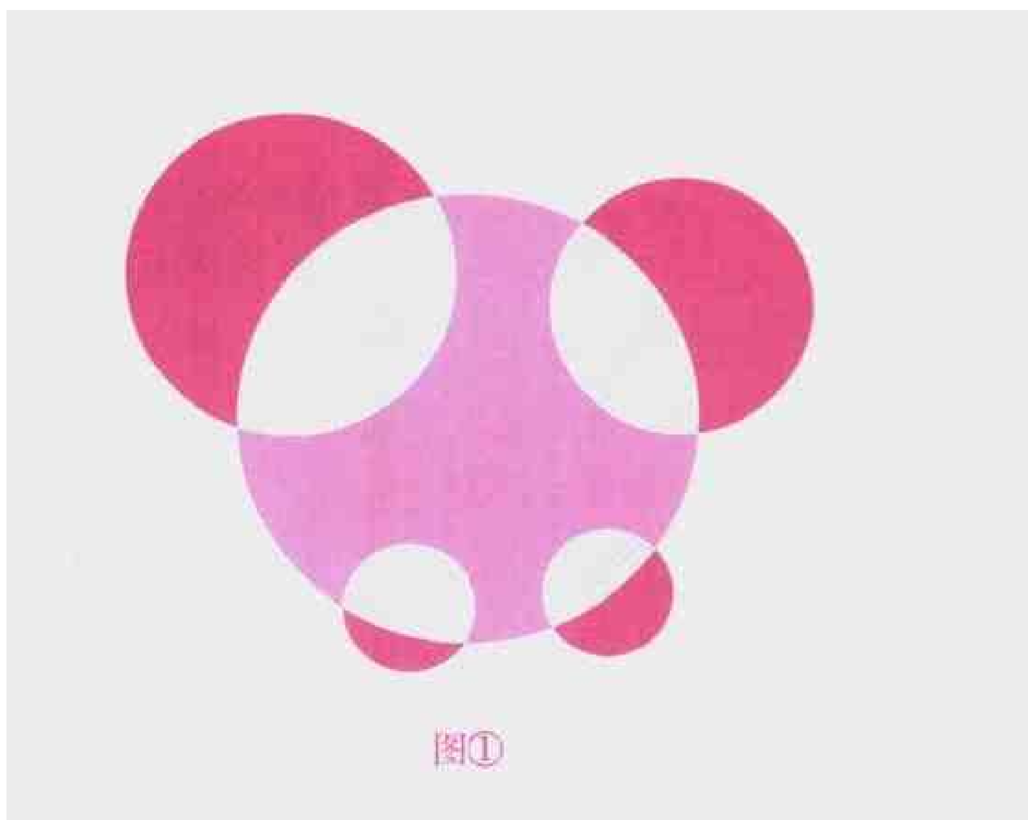
20世纪的著名数学教育家波利亚教授（Prof. G. Pólya）非常推重这种能力，称之为“洞察力”，也叫“一眼看到底的能力”，它是数学家应该具有的重要素质。

数学科普大师马丁·加德纳对洞察力（clairvoyance）也情有所钟，他曾在《科学的美国人》杂志上发表过好多篇文章，大加发挥，如能把这些文章好好收集起来，倒也是做了一桩大好事。

现在来看一个题目。有五个圆，其半径分别为7cm、5cm、4cm、2cm、2cm。请问怎样将四个较小的圆与最大的圆进行重叠，使大圆内部实心部分的面积正好等于四个小圆外部阴影部分面积之和？（见图①）



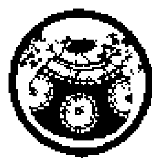



图①

猛一看，此题非常困难，人们的直觉与根深蒂固的思维定势似乎在诉苦，题目所要求的那种重叠方法兴许是存在的，但要恰到好处地把它找出来谈何容易，简直像大海捞针一样，无从着手。好似一比：有人生了重病，假如没有遇到扁鹊，那就束手无策，只好坐以待毙了！

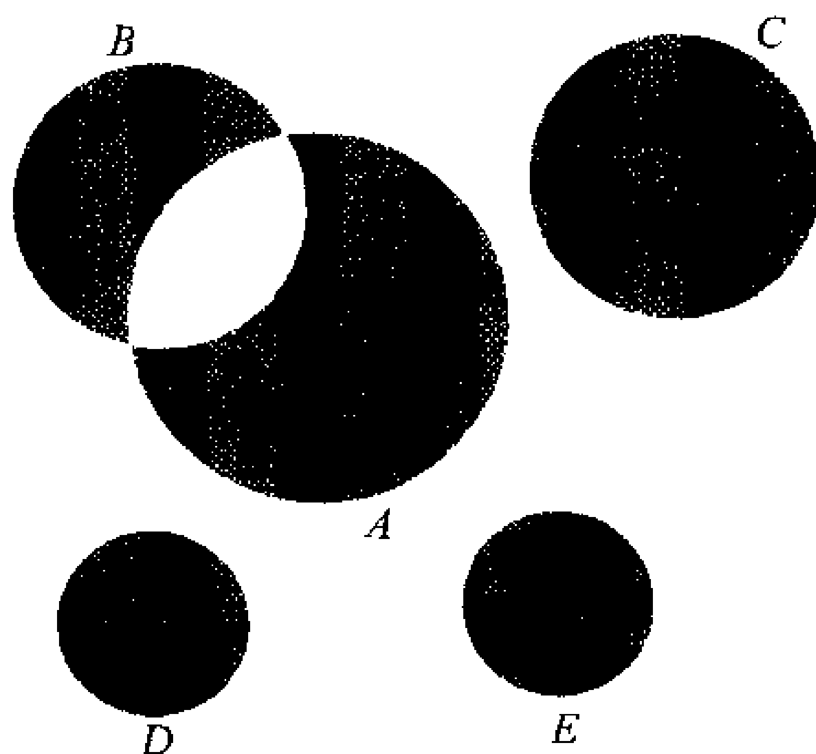
其实，本问题的答案简单得很，只要四个较小的圆自己不相重叠，随便怎么摆法都行。

半径7cm的大圆，其面积是$49\pi cm^2$，而四个小圆的面积之和为$(25\pi+16\pi+4\pi+4\pi)=49\pi cm^2$，两者正好相等。现在可以先把*B*、*C*、*D*、*E*四个小圆摆在大圆（*A*圆）的外围，然后使*B*圆开始向内移动，渐渐与*A*圆重叠。(见图②)此时容易看出，四个小圆的面积总和（*B*圆是外侧部分）还是等于*A*圆被侵蚀后

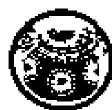


剩下的面积之和，因为双方所失去的面积（即图上的阴影部分）是相等的。

牵一发而动全身，剩下的话就不必多说了。总之，动态证法帮助我们解决了问题。洞见症结，对症下药，解决了问题，妙极了！



图②





请君入瓮

司马光所编的《资治通鉴》以及许多唐朝野史中都记载了这么一个故事：武则天做女皇帝时，任用酷吏周兴，捕杀了许多政敌与老百姓；周兴由此飞黄腾达，一直升到右丞相。后来，有人密告周兴阴谋造反，武则天就派另一个酷吏来俊臣审问周兴。来俊臣拿到武则天密旨后，就写好请帖，请周兴来喝酒。

两人对酌，喝得正高兴时，来俊臣向周兴请教："如果囚犯不肯招供，该怎么办呢？"周说："很好办，只要取一个大





瓮，放在炭火上烧。若犯人不肯招供，就叫他爬进瓮中，还怕他不招？”

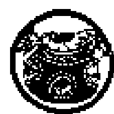
来俊臣点点头，连声称是。马上派人搬来一只大瓮，放在火上烤。一切准备就绪后，他面色一变，对周兴说：“有人告发你造反，请老兄进这瓮中。”周兴惊恐万状，吓得屁滚尿流，当即跪下，叩头伏罪。

“请君入瓮”在军事上是一条很常用的计谋。“瓮”即圈套，这便是做好了圈套，让敌人往里头钻，往往效果奇佳，能将敌人大量杀伤，甚至彻底歼灭，斩草除根。

南宋初，宋高宗赵构重用大奸贼秦桧，杀害许多抗金将领，奉行一条投降卖国路线。可是，金兀术并不领情，率领大军南下，企图一举灭宋。

有一次，金兀术统率十万大军逼近常州、镇江一带，准备渡江。当时镇守东线的是名将韩世忠，他根据当时的形势分析，料定金兀术必走此路，已经布置就绪，准备拦江截击。韩世忠夫人梁红玉擂起战鼓，将士们越战越勇。渡江的金兵遭到迎头痛击，中箭的、溺死的不计其数。金兀术一看形势不好，便下令全军向西移动，想绕过镇江，在西面长江较狭处再行强渡。可是韩世忠却沿岸追击，不让敌人有喘息机会，直到把金兵逼进黄天荡。

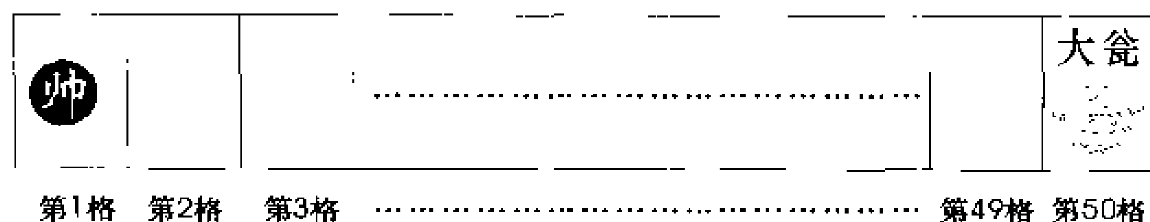
黄天荡是一个死港，好比死胡同，无路可通。韩世忠见金兵尽入黄天荡，立即把港口封锁，犹如把瓶口塞住，使金兵插翅难飞。这样一来，按计划，至多不出十天，金兵必然粮尽饿死。



可惜后来出了叛徒、内奸。有人向金兀术献计说，黄天荡是连着老鹳河旧道的，现在虽然淤塞，但河底尽是泥沙，容易掘开。兀术依计而行，终于逃脱了。经此一战，兀术吓破了胆，再也不敢南犯了。上述的“黄天荡之战”，发生在公元1130年（南宋建炎四年），请参阅《中国历史大事年表》。

在某省举办的小学生数学奥林匹克竞赛中有一个题目：50个空格排成一行，左面第一格中放入一枚棋子“帅”，双方轮流走棋，每次可向右走1格、2格或3格，但不能不走。第50格是足以烧死人的大瓮。试问：是先走者可赢还是后走者可赢？取胜的策略又是什么？





只要认真分析一下，就不难看出，此游戏其实是古老的“抢三十”游戏的翻版。谁先抢占第49格，他就赢了。因为，到那时候，对方不能不走，就只好硬着头皮进大瓮。

不难看出，先走的一方反而是输家，因为如果他走1格，对方就走3格，他走2格，对方也走2格……总之，每一轮下来，双方走4格。按此策略，后走者必能抢占第5、第9、第13……乃至第49格。

所以这是一种“后发制人”的游戏，后走者赢定了。同时也照应了前事：即后来的酷吏（来俊臣）制服了前面的酷吏（周兴）。



百丈竿头

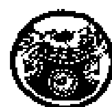
佛教自东汉明帝时开始传入中国（这是正统说法，也有人认为，在西汉时期已传入），已有近二千年之久。它对于中国文化的影响是十分深远的。别的不说，光拿成语来讲，中国语文中即已融入大量佛教名词，例如“当头棒喝”、“不二法门”、“一日不作，一日不食”等等。

“百丈竿头”具有积极向上，更进一步等正面意思，是一个使用频率相当高的成语。

前几年，中华书局曾经一再重印佛学名著《五灯会元》。每印一次，价格不止翻番。从四元多涨到了六十多元，还是供不应求。这部书里讲到，宋朝时期，湖南长沙出了一位高僧景岑法师（尊称招贤大师），德高望重，经常被人请到各地去讲经。

有一次，法师应邀到湘江岸边一座著名寺院去讲经。前来听讲的僧、俗人等座无虚席。大师讲得深入浅出，听众们深受感动，除了他的声音外，堂上一片寂静，鸦雀无声。

讲经结束以后，大家踊跃提问题。大师一一作答，听众们非常满意，舍不得走，气氛十分热烈。最后，大师拿出一个小本本，高声朗诵了一个偈：



百丈竿头不动人，虽然得入未为真。

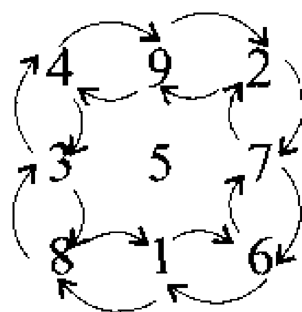
百丈竿头须进步，十方世界是全身。

大意是说：一百丈的竹竿不能算高，大家要努力去探索十方世界，即研究空间与时间的终极真理。

以上便是这个成语的出典。传到后世，人们觉得，一百丈的竹竿未免太高了，这个譬喻不大确切，便逐步改为“百尺竿头”。

下面讲一个“幻方”的例子来体验一下这句成语。

众所周知，三阶幻方“洛书”在夏禹治理大洪水的时候就已经发现，距今足有四千年之久。许多人都认为“洛书”的所有性质早已被研究得一清二楚，再也榨不出什么“油水”来了，它已经是一口涸竭的矿井。但是，近年来却发现“洛书”的一些奇妙性质远远没有发掘完。譬如说，“洛书”中原图周边的八个数，如果从9开始两两结合起来构成“二位数”的话，则可得出令人耳目一新的等式：



$$92+27+76+61+18+83+34+49$$
$$=94+43+38+81+16+67+72+29;$$

$$92^2+27^2+76^2+61^2+18^2+83^2+34^2+49^2$$
$$=94^2+43^2+38^2+81^2+16^2+67^2+72^2+29^2;$$



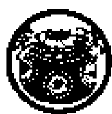


$$92^3+27^3+76^3+61^3+18^3+83^3+34^3+49^3$$
$$=94^3+43^3+38^3+81^3+16^3+67^3+72^3+29^3。$$

一次方之和为440；二次方之和为29460；三次方之和为2198900。如不相信，可以自己去验算一番。

这可真是应验了上面的成语：“百尺竿头，更进一步”了。将来，“洛书”还有什么新的性质被发掘出来呢？人们倒是不敢打包票了。





太虚幻境

"贾宝玉神游太虚境，警幻仙曲演红楼梦"是古典名著《红楼梦》里的一个重要回目，红学家为此大做文章，篇幅之多，累计竟比小说正文多出几十倍，令人瞠目。

曹雪芹把"太虚幻境"写得香烟缭绕，仙灵往来，好不热





闹。那么，"太虚幻境"里到底有多少人呢？对此，有三位红学家各执一词，相持不下。

甲说："那里面至少有500人。"

乙说："那里面不到500人。"

丙说："那里面至少有1个人。"他的意思是指"幻境"的主人公，即"警幻仙子"。

他们三个人中，只有一个人的说法是对的。请问，"太虚幻境"中究竟有多少人？

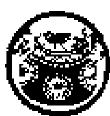
让我们分析一下。由于三个人中只有一个人的意见是对的，所以只有三种可能性。如果按照句子的顺序排列，那便是："对、错、错"，"错、对、错"，"错、错、对"。

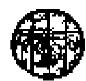
让我们分别检查相容性。首先可以看出，"对、错、错"不行，因为，如果"那里至少有500人"是对的，那么"那里至少有1个人"也可以相容，并不悖理。其次，"错、错、对"也不行，因为"那里至少有500人"与"那里不到500人"这两句话相互矛盾，所以必然是一错一对，不可能同时都错。

于是只有"错、对、错"才有可能成立。"那里不到500人"这句话只限定了人数的上限，而没有下限，它与别的话并不抵触。再把乙和丙的话结合起来看，很明显在$x<500$这个不等式中，人数为负显然不合理，而$x\geqslant1$又不行，所以x只能等于0了！

于是可以断定"太虚幻境"里1个人都没有！这是读者始料未及的吧！

"太虚幻境"本属子虚乌有，曹雪芹其实是不信鬼神的。如果执迷不悟，那就上了作者的当矣。





红粉骷髅

《红楼梦》的别名很多，除了《石头记》、《情僧录》之外，又叫《风月宝鉴》。

这个奇怪的名字在该书第十一回与第十二回两回书上得到了不折不扣的反映。作者把它写得笔酣墨畅，淋漓尽致。

第十一回的回目是“庆寿辰宁府排家宴，见熙凤贾瑞起淫心”。第十二回叫“王熙凤毒设相思局，贾天祥正照风月鉴”，直接点出了主题“风月鉴”三字。贾天祥即是贾瑞，荣国府的远房子孙，属“玉”字辈，与宝玉、贾珠（李纨丈夫、宝玉的亡兄）、贾环、贾琏等同一辈，父母早亡，由他祖父贾代儒严加管教，每日里苦读诗书，“十年寒窗，一朝发迹”。

谁知道贾瑞其人却是一个“色中饿鬼”，一旦见了王熙凤，身上竟会“木”了半边，癞蛤蟆想吃天鹅肉了。以致凤姐骂他“哪里有这样禽兽的人？”决心要狠狠地把他整一整、治一治。

王熙凤是个蛇蝎美人，心肠狠毒，她存心捉弄贾瑞。先是把他关在穿堂里，南、北俱是高墙，屋内又是过门风，当时正是腊月天气，夜正长，苦未央，一夜下来，几乎不曾把他冻死。

然而欲火如焚的贾瑞非但没有悔改，反而变本加厉。于是王熙凤再次约他幽会，却叫贾蓉、贾蔷，宁国府的两个纨绔子





弟暗中埋伏下来，把他狠狠地揍了一顿，威胁说要到老太太那里告状，勒逼他写下了五十两银子的欠契，还画了押，按下手印，不能抵赖。

贾瑞从此吓出一身病来，他最后是怎么死的呢？小说里写得更是精彩非凡。一位跛足道人送了他一面镜子，名叫“风月宝鉴”，特别关照他千万不可照正面，只能照它的背面。贾瑞依言行事，反面一照，只见一个骷髅立在里面，贾瑞连忙掩住图像，连连骂道士混帐，怎么用镜子来吓我？

他竟然不听教诲，反其道而行之，改照正面了。只见心上人凤姐站在里面，点首儿叫他。贾瑞便魂灵出窍，荡悠悠地觉得自己进了镜子，与凤姐云雨一番。不过他心中还是觉得不能过瘾，便又进去。如此三四次之后，刚要出镜子来，只见两个“人”（原文如此，实际是鬼）走来，拿铁锁把他套住，拉了就走，押到阎王爷那里报到去了。



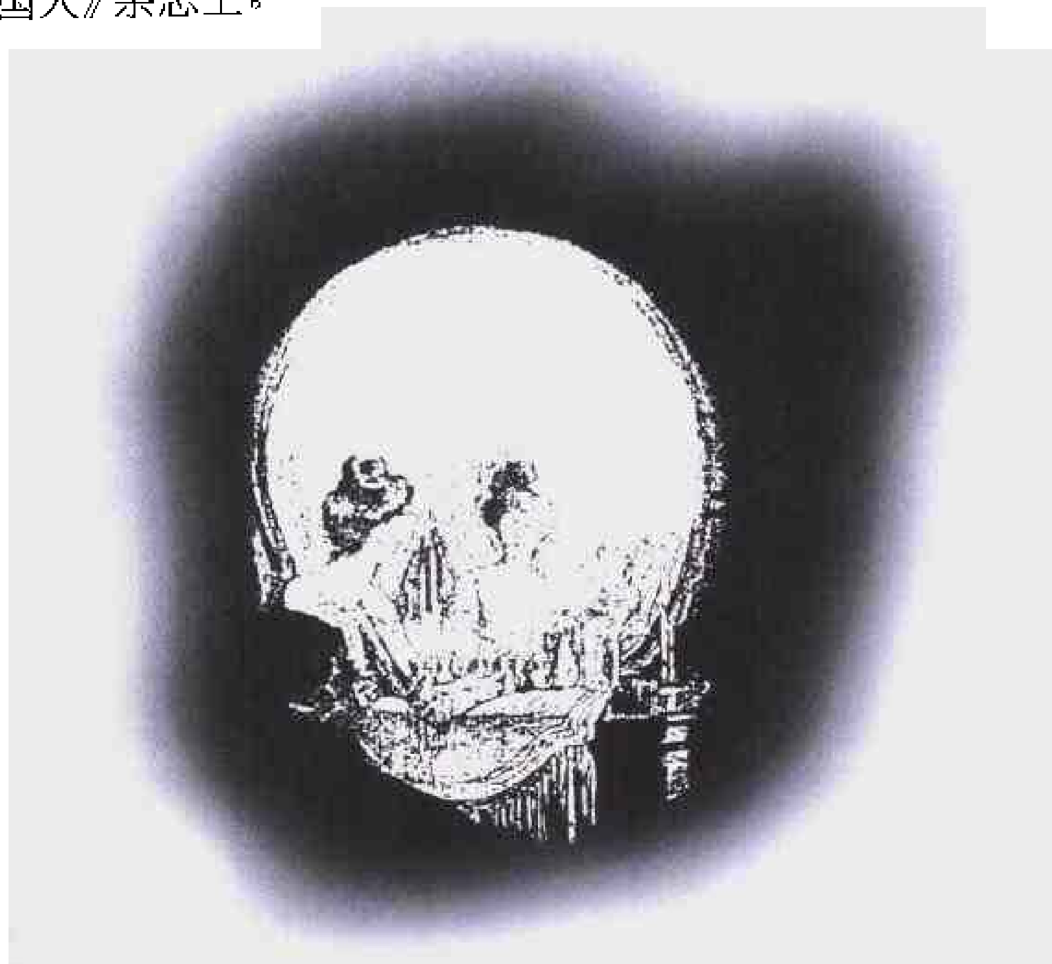
《红楼梦》中这种反映“色空”的思想，比比皆是。从前俞平伯老先生火烛小心地略为说了一点点，就遭到了严厉的“批判”。俞先生真是吃了冤枉官司也。《红楼梦》正文里写得清清楚楚，曲解的人究竟是俞平伯老先生，还是批判他的人？这就不必在此多费笔墨了。

文学、艺术历来是互相交融的，能不能把文学意境转变为画面？在曹雪芹之前，《聊斋志异》的作者蒲松龄曾经创作过一个名篇《画皮》，恶鬼居然摇身一变，成了美女。清代“扬州八怪”之一，大画家罗聘（两峰）就曾画过大量的“鬼趣图”，但是画面上无法同时把“美”与“恐怖”表现出来，这个难度



实在太大了！从古到今，从张僧繇（《画龙点睛》的作者）到张大千，历朝历代的任何画家都做不到这一点。漫说是人，就是神仙也做不到，甚至跛足道人也要使用镜子的两面才行——用一面表现美人，一面表现骷髅。

然而下面的这幅图却令人愕然！一面是美女的梳妆，一面却分明是个骷髅，令人毛骨悚然。反映了“风月宝鉴”的真实写照。它的作者不知是谁，看来像是西方人所作。日本的美女画家加藤又造说他本事不到家，画不出这样的作品，一些电脑画家也束手无策，表示无能为力。与此相比，颠倒头像就容易得多，无论是人工还是电脑制作，产品已有数百幅之多。世界著名的数学科普大师马丁·加德纳先生(Martin Gardner 1914—)专门喜欢搜集并收藏这类美术作品，个别图片也曾发表在《科学的美国人》杂志上。

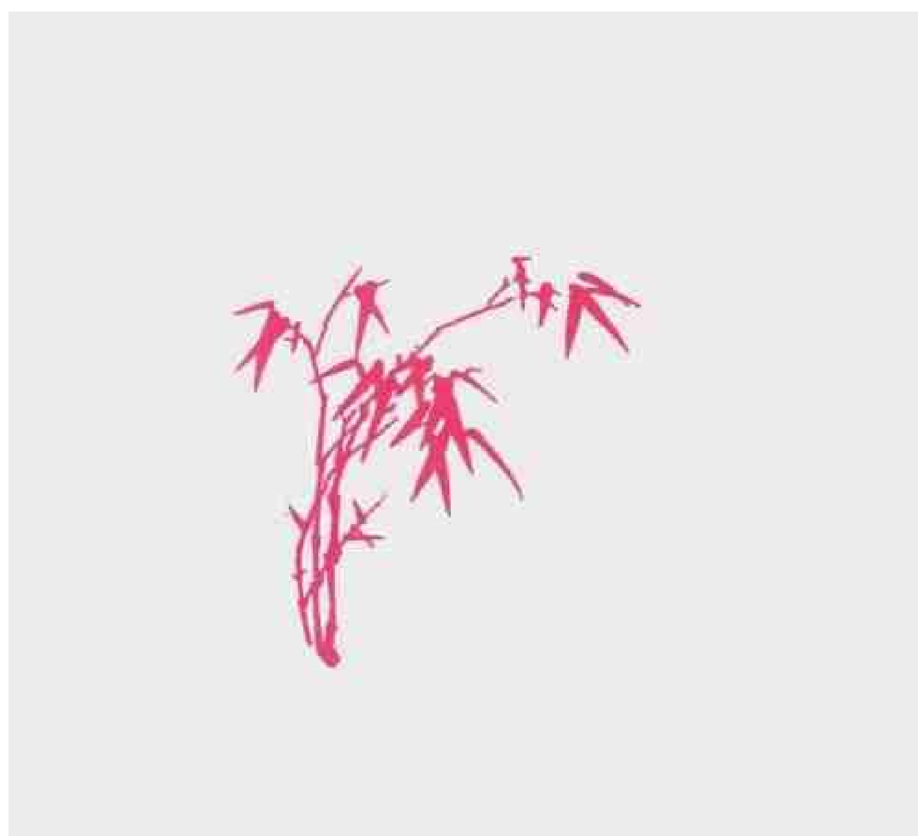




随着电脑技术的飞跃发展，虚拟现实已经越来越出神入化。“红粉骷髅”图像的出现，令人浮想联翩……

在自然界和现实生活中出现的阴和阳，美和丑，正和反，正数和负数之间间隔的零距离恰恰就反映在“红粉骷髅”的精品之中了……





正史裨官・各取所需





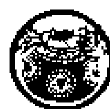
科举考算术

“状元”是科举制度的特有产物，可以算是中国传统文化中的一大特色。科举制度虽然早已废除，但是“状元”的潜在影响仍或多或少地存在着。譬如说，许多报刊及新闻传媒都津津有味地报道“高考状元”。请“状元”做广告，推销健脑及增强记忆力的药品，诸如此类，屡见不鲜。另外，社会上对一些行业出类拔萃的人物也往往称之为“状元”。

根据资料统计，江苏省出的状元最多。从清世祖顺治四年到德宗光绪二十年，247年之间共产生过状元49人。而江苏省产生状元最多的地方是苏州，共有状元24人，几乎占了全省状元总数的50%。苏州文风之盛，以前号称天下第一。

历代状元人数最多的是唐朝。从唐高祖武德五年（公元622年）到末代皇帝的天佑四年（公元907年），在285年间，科举考试几乎每年举行一次。而在明、清两朝，一般规定是三年一次。

唐朝考状元的考试题目与后世有很大的不同。据中科院外籍院士、英国皇家学会会员李约瑟博士考证，中国中世纪一些最重要的数学著作，其中包括《周髀算经》、《孙子算经》、《九章算术》、《海岛算经》、《五曹算经》、《张邱建算经》、



《夏侯阳算经》等，都被集中起来，作为科举考试的指定教材。如果没有一定的数学修养，当然就考不上了。不要说“状元”，连“进士”、“明经”都与他无缘。

历代状元中良莠不齐、鱼龙混杂。例如，秦桧的儿子秦熺，就是一个不学无术的公子哥儿。他依靠奸相的权威，居然当上了“状元”。不过，状元里也有好人，最为后世钦敬的民族英雄文天祥，便是南宋理宗宝佑四年（公元1256年）的状元。

中了“状元”，一般还是要从小官做起，惯例是进翰林院当修撰（中第二、三名榜眼或探花的只能当编修，品级略低），也有外放当地方官的。所谓一中状元，就被皇帝任命为七省巡按，赐尚方宝剑，当钦差大臣，可以先斩后奏……那纯粹是小说或戏曲里编造的，决没有那样的事。

唐初，数学家李淳风、僧一行等都是太宗李世民、高宗李治的高级国策顾问，地位很高，但是后继无人，以后的科举考试，数学就被淘汰出局了。试题则迄今未被发现过。据文献记载，“……由主考口问大义十条，通八为上，六为中，五为下。如岁试有三次为下，则被罢归”，看来是以口试为主，而且要求不高，十题中能答对六题，即可及格。

近年来，在浙江宁波等地不断发现硃卷及考试作弊用的“袖珍本”，但那是明、清两代的事。其中决不会有数学试题或辅导材料，那是可以肯定的。



容易弄错的日期

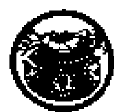
有的小朋友从一年级开始就学习英语，英语里也有很有趣的数学问题哩！原来，英国人对日期的写法顺序是日一月一年；而美国人的写法顺序却是月一日一年。虽然年总是放在最后，但月、日的排列顺序却完全颠倒了。

让我们举个具体例子。譬如说7/3/1999，英国人的理解是1999年3月7日，而美国人却认为它是1999年7月3日，两者之间的误差有四个月！

现在要问你，在1999年这一年中，这种分不清的日子究竟有多少天？

这个问题很有趣，但一般人也能完全解决。很明显，如果月、日两个数字中间有一个大于12，那么它一定表示日期，因为一年只有12个月呀！所以，不论写成4/15/1999还是写成15/4/1999，都只能是1999年4月15日这一天。所以，每个月中分不清的日子好像应该是前12天。

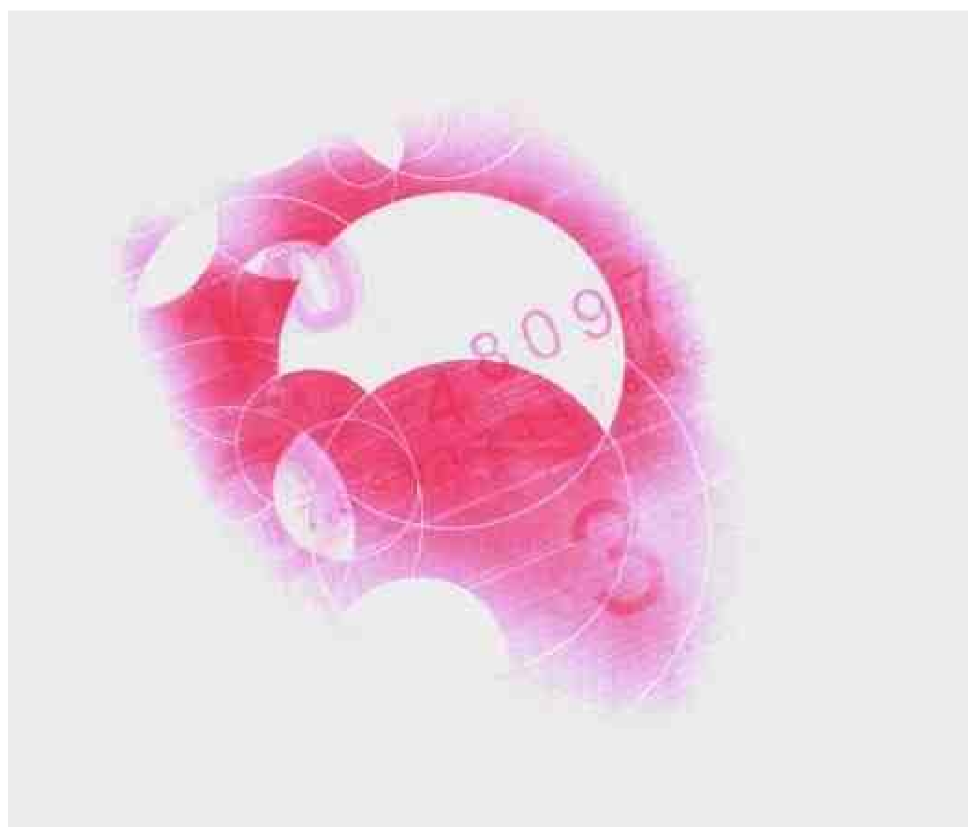
但是，当月、日两个数字完全相同时，当然所代表的是同一个日期，例如7/7/1999，自然就是7月7日，不可能产生误会。所以，每个月中这种分不清的日子实际是11天。

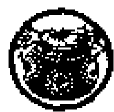


那么，这类容易弄错的日子，在1999年只能有：

$$11\times12=132\ （天）$$

如果把平年换成闰年，这个答案变不变呢？





孔孟的年龄

如今，老百姓的生活水平不断提高，人的平均寿命也提高了。从以前的“人生七十古来稀”变成“七十不稀奇，八十小弟弟”，有人甚至在后面夸张地加上一句“六十睡在摇篮里”。十上黄山的刘海粟老先生在一幅画的题词上还自谦地写着：“年方九八”。然而，不久他就去世了，可见过百岁大关也还不容易啊。人像所有的有机体一样，终究是要衰老的，“新陈代谢”毕竟是自然规律嘛！

和老年人交谈，你常会听到这样的话：“七十三，八十四，阎王不请自己去。”此话究竟有无根据，许多人都说不上来。有人作了一个很奇妙的解释：孔夫子活到73岁，孟子活到84岁，都寿终正寝，主动向阎罗王报到去了。他们其实都没有生什么大病，只是机体自然衰老而已。中国民间所谓“老死”，更通俗一点讲，就叫做“熟”。如此而已，岂有他哉！

上述解释只能使人半信半疑，没有法子加以校验。因为许多古书上都查不出孔、孟两位老夫子的生卒年份。

可是，在世界著名的《牛津大辞典》（英国牛津大学出版社刊行）上赫然写着孔夫子的生卒年代为公元前551年一公元前479年，孟子的生卒年代为公元前372年一公元前289年。



你只要做两道简单的减法，便可以算出两位老夫子的年龄。

$$551-479=72$$
$$372-289=83$$

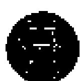
许多中国人按传统习惯使用虚年龄，古人更是如此。因为人在娘胎里生长的十个月将近一年。所以，虚年龄的计算其实是非常有道理的。从生物学的角度来看生命的起点，也许更为合理。

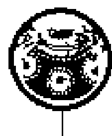
这样一来，两位老夫子的年龄不正好是七十三与八十四，连一点误差都没有了吗?

孔夫子曾被皇帝封为“大成至圣文宣王”，孟子虽无封爵，也被奉为“亚圣”。孔、孟之道以及儒家学说，支配了中国历史将近二千年之久。七十三、八十四这两个年龄之所以受到重视，当属情理之常了。

如果心中无数，就难以跳出“人云亦云”或“半信半疑”的圈子。

“心中有数”应该是未来数学教育中最为重要的素质教育内容之一。不是死背硬记一些枯燥乏味的数字，而是要你学会用数的慧眼去观察古今，分析身边的事物。





孔乙己改数字

阿Q、咸亨、孔乙己……这些都已成为名牌商品或“老”字号，在市场经济的大海中大发利市，为聪明的绍兴人带来了巨大财富。

孔乙己只是鲁迅先生笔下的人物，是否真有其人？恐怕是值得怀疑的。有关他的传说越来越多，下面的一则倒是很有意思。



过去浙江省绍兴府有个穷秀才，名叫孔乙己。有一天，他走到街上，看到点心店门口的招牌上写着：“一文钱一个元宵。”孔乙己摸摸自己的口袋，里面正好只有一文钱，



可是这一个元宵怎么吃得饱呢？于是他拿起笔来，在"一文钱一个元宵"的第二个"一"字上添了一竖，篡改成"一文钱十个元宵"。他拿出口袋里的一文钱，店伙计看看招牌，二话没说，给他盛了10个元宵。后来，老板知道了，非常生气。有一天，在街上正好碰见孔乙己，就一把拉住了他，要他赔钱，贴补损失。不料孔乙己笑眯眯地回答他："如果我把'一'字改成'千'字，你岂不是亏得更大了吗？"

老板只好自认晦气，以后写数字也学会用大写了。

汉字中的数字"一、二、三……"确实有容易被涂改的缺点，经商记帐，签合同，开发票，到银行存款、取款时，都必须用大写字"壹、贰、叁……"来代替。人民币上就印着这种大写字体，它们是不能被简化的。

在我国古代，还有用其他汉字代表数字的传统。把汉字比作一把双刃利剑，进行多角度运用，充分说明了我国古人的聪明智慧。

此事还得从汉字的字型说起。我国古人发现，有的汉字写起来方方正正，例如口、日、田，好比一所密封住宅，可以防盗防匪；有的却情不自禁地伸出手、脚，像由、甲等，这种"出头"的汉字，出几个头就可代表几。譬如说，他们找到了以下十个汉字：

甲	申	人	工	大
1	2	3	4	5
王	主	井	羊	非
6	7	8	9	10



如果某人在他的笔记本上写着“主人大王”四个字，不明他意图的人是很难猜出这四个字是他一笔银行存款的密码 7356（中国工商银行一般使用四位数字的密码）。

汉字和数字的这种对应规律，孔乙己当时还未必料到吧。





聊斋酒令

《聊斋志异》中说，清朝初年，有一个乡下教书先生姓展，由于得罪了孔子门下十二大弟子之一的子路，被罚死去。有人梦见他和另外几个酒鬼在一起喝酒行令，倒也悠然自得，相当潇洒。

一人道："田字不透风，十字在当中；十字推上去，古字赢一盅。"（"盅"是指喝酒用的小杯子。）

另一人道："回字不透风，口字在当中；口字推上去，吕字赢一盅。"

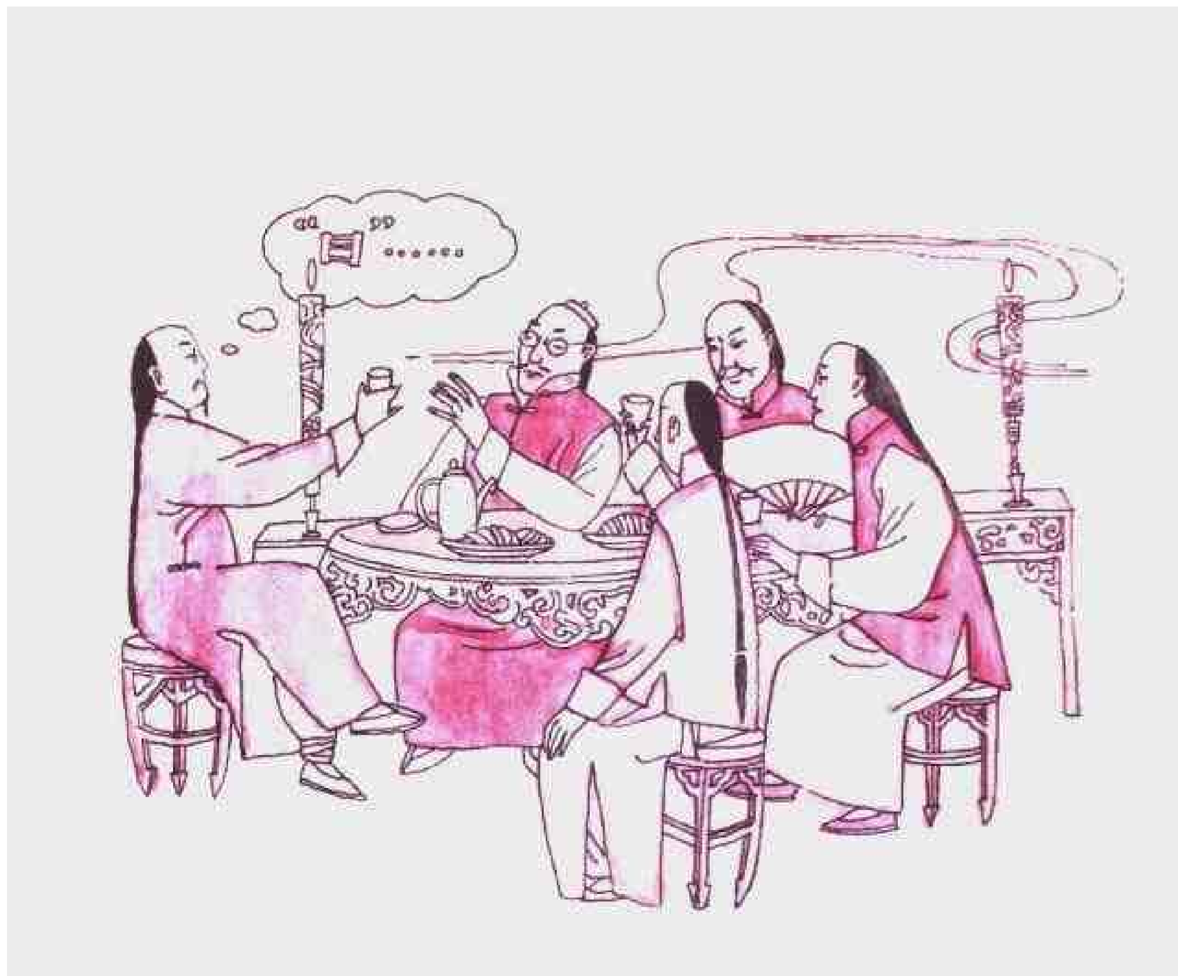
第三人道："囹字不透风，令字在当中；令字推上去，含字赢一盅。"（有的古书上把"含"字中的"今"写成"令"。《聊斋志异》的作者蒲松龄先生曾在乡下教过许多年私塾，对各种异体字见得很多。）

第四人道："困字不透风，木字在当中；木字推上去，杏字赢一盅。"

轮到展先生了，他心中没有底，急得满头大汗，慌不择路，只好随口说道："曰字不透风，一字在当中……"说到这里就"梗阻"了。

众人连连催问："怎么推上去啊？"展先生无法可想，只



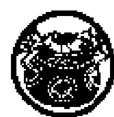


好回答:“一字推上去，一口一大盅。”随即拿起酒杯来，满满地斟上一盅酒，一饮而尽，众人哈哈大笑。

展先生也是真笨，他怎么没有想到，在“困”字肚子里的“木”字，除了向上推之外，也可往下推，那就变成“呆”字了。

另外，“圄”字中间的部件“吾”，如果推到右边去，则可以变成“唔”字，后者也是个常用字。

《聊斋志异》的这段酒令牵涉到文字图形的运动与几何变换（左、右、上、下的平移或转动），这在当时是不多见的。如今人们在计算机上用五笔字型输入法输入汉字，拆拼汉字已成为家常便饭了。





巧取墨宝

如果你到江西南昌滕王阁去旅游观光，就会看到最高处是集苏东坡的行书“滕王阁”三字匾额、下面是集褚遂良楷书“东引瓯越”和行书“江山入座”，狂草“瑰伟绝特”横匾。

“集字”是古今通行的一种常用手法，下面讲一个关于集字的有趣故事。

于右任是陕西三原人氏，早年追随孙中山国民革命，推翻满清王朝。北伐胜利之后，曾任国民党政府监察院院长，他弹劾贪官污吏，做过不少好事。于右任是近代著名的大书法家，尤其擅长草书。20世纪30年代，南京城里要数于右任的书法名声最大，各方来求他的墨宝者，络绎不绝，于先生也乐此不疲，有求必应。有一天，于右任为了一桩公事同蒋介石发生了小摩擦，心情不佳。这时偏偏来了个不识相，不看风云气色的求书人。于右任一怒之下，提笔写下了“不可随处小便”六字条幅。求字者一看啼笑皆非，但又不敢得罪院长大人，便向于右任道了谢。回到家里，此人把条幅丢进了垃圾桶。

也是事有凑巧，后来这条幅被拾荒人拿去，辗转落到了一位颇有眼光的裱画者之手。他看了条幅上的字以及于右任的



亲笔落款，不禁喜出望外，便小心翼翼地将此六字重新裁开，精心裱成“小处不可随便”的立轴，悬挂在客厅里。宾客们看到之后，无不称赞它充满哲理，是新式格言的书法精品，可与郑板桥的“难得糊涂”相媲美。

看来这位裱画人很有点数学头脑，他通过排列组合，重组汉语句子，人弃我取，从垃圾中提炼出了珍宝。

我们知道，6个汉字的排列共有720种之多，这不是一个很小的数目。然而，有些排列是根本读不通的，例如“随小可不处便”，一看就可扬弃。所以实际上的筛选工作量并不很大。尤其是对于有捷才的明眼人，不难咄嗟立办。

“化腐朽为神奇”，数学确是有此功用的！



猫变狗



猫是猫，狗是狗，猫怎么能变成狗呢？其实，这只是一种英语学习与数学学习两不误的游戏．发明者是英国牛津大学的数学家，世界著名儿童文学作家刘易士·卡洛尔，这不过是他的笔名，真姓其实是道奇逊（Dodgson）。

学过英语的同学都知道，CAT（猫）和DOG（狗）是长度相等的两个简单英语单词。现在要求你从CAT（猫）开始，进行一系列变换，每次只能改变一个英文字母，得出一个意义明确的英语单词，最后得出DOG（狗）。你能做到吗？

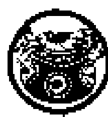


现在让我们一起来变变看：

CAT　（猫）
BAT　（蝙蝠）
BAG　（包、袋）
BOG　（沼泽）
DOG　（狗）

你看，只经过四步，“猫”就变成了“狗”。

这个游戏不仅要求会“变”，而且还要求中间过程最短，用



的中间词最少。这就有数学的味道了。

就上面的例子来看，BOG（沼泽）这个英语单词比较冷门，是绝大多数中国孩子所不能掌握的，所以，这个游戏还有扩充英语词汇量的积极意义。

最近，刘易士·卡洛尔（Lewis Carroll）著作的原稿以150万美元的高价被拍卖出去，全世界新闻传媒都报道了这一消息。上海有位藏书家，从前曾拥有《卡洛尔全集》（原版进口书），这在如今价值可观。

我们知道，十进位数字0到7在二进位里应当改记如下：

000（0）	100（4）
001（1）	101（5）
010（2）	110（6）
011（3）	111（7）

但这种记法在电路上实现起来有不少缺点，譬如说，从3到4时，需要同时发出三次改变（0变1，1变0，1变0），一旦有了故障，情况就不堪设想。所以在数字电路编码理论中，必须改用另外的一种编码。在这种体制中，每次只能改变一个数字，恰恰就同上面所说的“猫变狗”的例子一样。

“天生万物必有用”，在化装舞会上小丑头上戴的橡皮高帽子，一旦起火时竟然可以作为盛水的容器。怪不得英国女王要吩咐白金汉宫的内务府大臣：“凡是卡洛尔先生所写的书，不管它是什么，都拿来给我看看。”



殷商帝王的怪名

秦始皇以前，中国的最高统治者并不叫“皇帝”。当他吞并六国以后，认为自己“德高三皇，功盖五帝”，理应将“皇”“帝”兼而有之，从此开始叫“皇帝”了。然而，历史上各朝各代，对列位皇帝的习惯叫法还是大有差异的。

周朝称“王”，例如：文王、武王、成王、穆王、幽王、平王；汉代称“帝”，例如：文帝、武帝、昭帝、宣帝、元帝、东汉明帝、章帝、直到末代的献帝；唐、宋、元、明、清各朝开国皇帝或功劳特别伟大的皇帝称“祖”，例如唐高祖李渊、宋太祖赵匡胤、元世祖忽必烈、明太祖朱元璋，中间的皇帝称“宗”，例如唐太宗、宋高宗、元成宗、明世宗、清宣宗等等。

唯独商朝的各代君王最为特殊，既不称“祖”，也不称“宗”，不叫“帝”，也不叫“王”，而是用甲、乙、丙、丁……来记录。

殷商曾一再迁都，最后迁到河南安阳。殷商这个王朝共有31位君王，用甲的有6位，用乙的有5位；用丁的有7位；用庚、辛的各有4位；用壬的有2位；用丙、戊、己的各有1位。唯独不用天干的最后一个字“癸”。因为夏朝的末代君王名叫履癸（也就是著名的暴君夏桀），趋吉避凶的殷人，谁愿意蹈他的



覆辙，再去使用这个极不吉利的“癸”字呢？

也许有人说，大名鼎鼎的商朝开国君王，被孔夫子封为“圣人”的成汤，以及臭名远扬的末代之君商纣王似乎并未使用这种甲、乙、丙、丁……的怪名啊。

其实，这两个人也不例外。据太史公司马迁的记载，成汤又称“天乙”，而纣王的正式名字叫作“受辛”，所以，他们还



是严守这一规律的。

甲、乙、丙、丁……其实就是古代的序数，通俗地说，就是那个时代的十进位数。长达五千多年的中国历史，唯独商朝有这种怪异的现象。

在数理科学中，序数的应用甚广，例如牛顿的三个运动定律，热力学的两个定律等。其中第二定律认为宇宙间的熵永远在增大，最终将导致宇宙的“热寂”，从而引起了无数哲学家、天体物理学家之间的剧烈论战，刺激了科学的发展。几何学中也有所谓第五公设，古往今来，都有不少学者力图证明它，他们都以失败而告终，促使罗巴切夫斯基与黎曼从其对立面来思考问题，于是诞生了非欧几何学。

另外一个饶有趣味的问题是，人们几乎从来不提第一个复数、第二个复数、第三个复数……或第一个无理数、第二个无理数……序数的概念一般只适用于离散变量，例如自然数、素数(也叫质数)、完全数、相亲数等。





古人何时过年

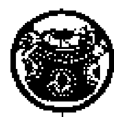
一年一度的春节是中国人最愉快的节日。中国人把过春节叫做“过年”。这里的“年”，指的是阴历的正月初一。

通常人们把阴历叫做农历，这个说法比较笼统，不大正确。大家知道，在中国古代，以夏、商、周三个朝代的统治时间最为漫长，其中夏朝四百多年，商朝六百多年，周朝八百多年。所以，阴历其实有三种：夏历、商历（通常叫殷历，因为商朝有一个君王叫盘庚，他把首都迁到了殷——现在的河南安阳）与周历。

这三个朝代根据很复杂的天文、数学计算，制定了不同的岁首。干支纪年法中有十二个地支：子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥，每个月由一个地支管领。夏历的正月是寅月，殷历的岁首却是丑月（相当于夏历上一年的十二月），而周历的首月则是子月（相当于夏历上一年的十一月）。

在秦始皇吞并六国，统一天下以前，各国诸侯在他们的领土上自行其是，使用不同的历法，实行不一样的岁首制度，各国人民过新年的时间自然也大不相同了。譬如说，鲁国国王是周公姬旦的后裔，他们是用周历的，而楚国却用夏历。

秦始皇统一中国后，规定以亥月的初一为岁首，比周历还



要提前一个月。但秦朝的统治年代很短。到了汉朝改用夏历，从此一直维持到了清朝的末代皇帝宣统三年（公元1911年），长达二千年之久。所以，一般人所说的阴历，实际即是夏历。至于殷历和周历，后来就废止不用了。

王莽篡位后，一心想“复古”，所以，他在建立新朝的头一年至地皇四年（公元8年—公元23年），又改成以12月为岁首。

武则天也是一个喜欢出新花样的人物，她曾下旨，以十一月为岁首。在这位女皇帝的统治下，人们不敢不依。于是，在朔风呼啸的11月，就准备过年了。这时，离春节着实还远着哩！

中、西历法的换算是一个非常复杂的问题，一般都得使用厚厚的一本对照表。如果用公式计算的话，那就是相当复杂的“分段函数”了。

历法中的数学方法很多，很精深。要而言之，有调日法、连分数算法、上元积年、弧矢割圆术、相减相乘法、线性插值法、二次插值法、三次内插法等等，一言难尽。如想通俗介绍，写出来的一部书将要比本书的全部篇幅翻个倍。下面只能对边岗的分段函数模型略加说明。

边岗的生卒年代及籍贯等均已无从查考，他在晚唐时期名声很大，唐昭宗景福元年（公元892年），他奉命编成“崇玄历”，皇帝下旨颁行全国，直到唐朝覆亡（公元907年），大盗朱温篡位为止。

边岗对许多天文数据和表格都作了重大改进，提高了数据的精确程度。例如他给出的五星（金、木、水、火、土五星，中国古代早已发现并掌握）运动的不均匀改正数值表格的新形



式，把一周天分为前后不相等的两大段，称为“盈限”和“缩限”，每一大段又分为12小段。这种办法就更近似、更真实地反映了地球兄弟们的实际运动情况。





论功行赏

"论功行赏"这句成语，最早出现于司马迁的《史记》，刘邦消灭了项羽之后，当上皇帝，要对功臣们评定功绩的大小，给予封赏。

刘邦认为，萧何的功劳最大，评为第一。还有一个曹参，身受七十余次创伤，还是不肯下火线，攻城夺地，战功很大，刘邦把他排到第二位。

后来萧何、曹参先后当了汉朝的宰相，把国家治理得很好。他们立下的规矩、法令，人们不敢轻易改动，维持了政策的稳定性和连贯性，这就叫做"萧规曹随"。

不过，汉高祖刘邦又是一个非常自私的人，他把天下看成是刘家的私产。所以，即使有天大的功劳，如果不姓刘，不是他的子侄，最多只能封侯，不能封王。历史学家把他的这种做法称为"非刘不王"。

太平天国洪秀全的做法却截然相反。金田起义，一直打到南京时，除了他自己称为"天王"之外，还有东王、西王、南王、北王和翼王，人们分别把他们尊称为九千岁、八千岁、七千岁、六千岁和五千岁。后来由于秦日纲功劳大，加封他为燕王。到了后期，"王"封得极滥，多如牛毛，仅苏州一个弹丸之



地，大大小小的王就有几十个之多。你也王，我也王，大家都不服贴，弄得李秀成都指挥不动，结果局面无法收拾，这也是败亡的一个重大原因。

论功行赏的事在历史上不仅限于中国。例如英国王室就是根据功劳的大小来分封功臣的，把他们封为五等爵位：公、侯、伯、子、男，即Duke、Marquis、Earl（或Count）、Viscount与Baron。英文程度较好的人，不要去查辞典，即可脱口而出。

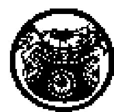
从抽象的数学角度来看，国家与企业其实也都是彼此彼此，所以古人曾经发出过“窃钩者诛，窃国者侯”这一类牢骚话。不过这种话也只能是泛泛而谈。因为历代都有很严密的“文字狱”罗网，一有触犯，就有掉脑袋的危险。

年终要分红了，总经理打算送一些“红包”给他手下的五位得力干将，但由于功劳大小各有不同，总经理决定要区别对待，不能吃“大锅饭”。

众所周知，在算术里，1的用处真是大极了。一笔巨款、一项工程、一批货物……都可以用1来表示。换句话说，总经理的意思就是要把1分成不相等的五份，即：

$$1=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}+\frac{1}{e}$$

（其中a、b、c、d、e都是自然数，但不能相等）



并且希望能为他多提供几种方案，以供选择。哈！这下子就把“论功行赏”同算术问题挂上了钩。

办法是很多的。为了节省篇幅，下面随便提几种办法。

由于

$$1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2} \qquad \frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12} \qquad \frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$$

把以上四个式子加起来，便有：

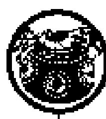
$$1-\frac{1}{5}=\frac{1}{2}-\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}$$

一移项，马上就得到等式：

$$1=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}$$

另一种办法是，人们注意到

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1$$



于是

$$1\times1=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)$$

保留第一个括弧里的前两项，而把第三项 $\frac{1}{6}$ 与第二个括号里面的分数相乘，即得：

$$\begin{aligned}1&=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)\\&=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{18}+\frac{1}{36}\end{aligned}$$

第三种办法是利用完全数28的性质。所谓完全数，就是各因子之和正好等于此数本身。28是第二个完全数（6是第一个完全数），于是不难立即写出：

$$1=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{28}$$

请你们自己开动脑筋，再多想出一些答案来，好吗？



淝水之战

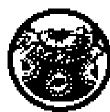
一位大科学家说过，20世纪的科学只有三件大事将被后人记住，那就是：相对论、量子力学和混沌理论。

混沌理论是在20世纪最后20年里发展起来的。现在已由计算机制造出了无数的混沌图像，远远超过了任何画家的想象能力。

混沌无处不在。什么叫混沌呢？板起面孔说，它就是对初始条件的敏感依赖性。在中国，古人早就对此有所认识，他们用“大风起于苹末”或者“失之毫厘，差之千里”来加以刻画。在混沌理论中赫赫有名的“蝴蝶效应”其实也就是这个意思：一只蝴蝶在巴西扇动翅膀，有可能在美国德克萨斯州刮起一场龙卷风！

《纽约时报》科技部主任格莱克很喜欢引用一首在西方脍炙人口，几乎家喻户晓的“三字经”歌谣，它里面含有极其深刻的哲理，而且读起来也能琅琅上口：

钉子缺，　蹄铁落；
蹄铁落，　战马蹶；
战马蹶，　骑士绝；
骑士绝，　胜负逆；
胜负逆，　国家灭。



（原译者不知中国古典文学修辞中有这种宝贵的“顶真体”，也不押韵，已由笔者加以改译）

各种微不足道的误差和偶然因素积累起来，经过一连串湍流式的逐级放大（“正反馈”），兴许就能形成非常可怕的宏观不测事件。

中国的漫长历史与完备的历史记载居然能为这首混沌歌谣提供“量体裁衣”式的合适例了，真是令人感到不可思议。

公元383年（东晋孝武帝太元八年）秋天，已经统一北方的前秦皇帝苻坚出动97万大军南侵，企图一举消灭东晋，统一中国。东西万里，水陆并进，声势浩大，咄咄逼人。苻坚说：“我的军队如此众多，只要每人投下一条马鞭，就足以使长江断流。”成语“投鞭断流”就是由此而来的。

当时坐镇建康（即现在的南京，是东晋的京城）的是太傅谢安，他临变不惊，心情十分平静，还在东山别墅里与别人下着围棋。他派出兄弟谢石、侄子谢玄出兵抵抗。可是总兵力不足八万，与秦军兵力对比连1:12都不到，处于绝对劣势。这个仗怎么打呢？

谢玄胸有成竹，布阵严整，又在前线附近的八公山上虚张声势，故布疑阵。当时没有望远镜，苻坚登上寿阳城，望见八公山上的草木，以为都是晋兵，心中好生害怕：“这真是劲敌啊！”无疑，在这场心理战前面，他已吃了败仗。

淝水是淮河的一条支流，不大也不长。双方隔河对峙，谢玄派人下书，要求秦军稍向后退一点，让晋兵渡河，以决胜负。当时秦军将领都说：“我众彼寡，不如遏之，使不得上，可以



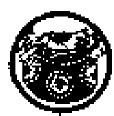
万全。”这个意见当然是正确的，“不动如山”是上策。可是迷信孙子兵法的苻坚却同意了晋方的要求，打算让晋兵渡到一半的时候发动攻击。他认为这时敌军横渡江河，首尾不接，队列混乱，攻打他们十分有利。

岂知事与愿违，苻坚的如意算盘完全打错了。乱的不是敌人，却是自己！秦军往后一退，马上不可收拾，引起了极为不利的“连锁反应”。当时根本没有健全的通讯设施，后方以为前面已经败了，便争先恐后地亡命奔逃。

“乱”是混沌的同义词，尽管当时还没有发展成为学说，但却是客观的物质存在。秦军主帅是皇帝的亲兄弟阳平公苻融，他骑着战马，左右前后地驰驱压阵，企图制止混乱的阵势。就在这时，意想不到的事情突然发生了。他的战马忽然倒下，直接导致苻融在乱军中被杀！主帅一死，秦兵犹如群龙无首，更加溃不成军，一败千里，胜负之势不可逆转了。苻坚逃回长安，不过一年多时间，就被叛徒姚苌缢死于佛寺之中，成为亡国之君，而本来已经统一的北方，又重新分裂了。

惊心动魄的淝水之战，秦兵覆没竟决定于俄顷之间，正如混沌图中反映的“蝴蝶效应”之现象吧。至今，南京的中华门外，还有谢安与谢玄的遗迹。或许此文将促使你去拜读《资治通鉴》、《十六国春秋》等历史名著，但是，“你若学了混沌，就不会再用老眼光去看世界了。”

研究历史，当然用得着数学。它的确大有用武之地，而且，仅仅刚刚开始！



唐人行第

“人生不相见，动如参与商。今夕复何夕，共此灯烛光。少壮能几时，鬓发各已苍。访旧半为鬼，惊呼热中肠。……明日隔山岳，世事两茫茫。”这是一首收入《唐诗三百首》的、杜甫所作的五言古风，历来深受人们的喜爱。许多人都能背诵，诗的题目名叫《赠卫八处士》。卫八处士究竟叫什么名字，已经失传，无从查考了。唐代文人最重排行，往往对别人只称排行而不称名字。唐诗中类如这样的题目为数不少，譬如说，王维就有一首《送元二使西安》（“劝君更进一杯酒，西出阳关无故人”就是其中的名句）。唐诗中到处可见《答王十二》、《问刘十九》、《同李十一醉忆元九》、《送裴十八图南》、《寄丘二十二员外》、《送魏大从军》、《送韩十四江东省觐》，简直多得无法一一列举。这些大、二、八、十二、十四、十八、二十二等数字，代替了人的名字，可见当时社会的风气。甚至君臣之间也可以这样相称，例如唐宪宗称裴度为裴三，唐德宗呼陆贽为陆九等等。在我们熟悉的唐朝著名诗人中，王昌龄是王大，杜甫是杜二，柳宗元是柳八，元稹是元九，诗人兼草书名家张旭为张九，李白为李十二，王维为王十三，李商隐为李十六，张籍为张一八，韩愈为韩十八，白居易



为白二十二，刘禹锡为刘二十八。这些数字指的是兄弟排行，有个专门名词称为“行第”。可以毫不夸张地说，“行第”是研究唐诗的一个重要数量特征，有人为此曾花费毕生精力，编出了一本专门的工具书《唐人行第录》。

兄弟排行怎么会多至十八、二十二、二十八呢？这在目前提倡独生子女的家庭简直是不可思议的。原来，“行第”是一种广义的排行，不是指亲兄弟，而是指族兄弟来说。

不过，行第的计算存在着两种不同意见。我国著名语言文字专家，北京大学教授王力先生认为，这种排行是按照同曾祖兄弟的长幼次序来排算的，当然姐妹不在内（见《古代汉语》第三册第967页）。

但是，华东师范大学名教授，文学耆宿施蛰存老先生则认为排行是从祖父算起的（见其所著《唐诗百话》第112页）。两位专家都是德高望重，那么究竟谁说得对呢？

有人认为，两种说法其实都有道理。唐代前期有贞观、开元之治，即使武则天当女皇帝时，有狄仁杰等贤相治国，社会也很安定，国力强大，“四世同堂”不是个别现象，往往聚族而居。所以那时的兄弟排行是从曾祖算起的。

“安史之乱”是唐朝中期的一个重大转折点，从此以后唐王朝由盛转衰，越来越走下坡路。许多世家大族也被迫迁徙各地，逃难离乡。然而古人又盛行早婚，四十几岁的人当祖父不稀奇，所以唐朝中、晚期的行第应该是从祖父算起的。这种说法有它的道理，唐诗本身就留下了“内证”，例如一首著名的七言诗（白居易作）就写道：



时难年荒世业空，弟兄羁旅各西东。
田园寥落干戈后，骨肉流离道路中。
吊影分为千里雁，辞根散作九秋蓬。
共看明月应垂泪，一夜乡心五处同。

古代交通不便，没有铁路、轮船，也没有电话、电报，亲属们一经流散，再联系就非常不便了。只能各自谋生，谁还会去过问自己的堂兄弟究竟生了几个儿子？只能是“各人自扫门前雪，休管他家瓦上霜”了。

还要补充一点的是，行第之风习，直到宋朝还或多或少地存在着。譬如说，秦观（少游）称秦七，欧阳修称欧九，黄庭坚称黄九等。北宋末年，抗金名将韩世忠出身行伍，立下大功，被封为王爵。他地位低贱时以兄弟排行被人称作韩五。刘克庄《贺新郎》词云：“未必人间无好汉，谁与宽些尺度？试看取，当年韩五。”便是一个明证。



《清明上河图》中的人数

中外闻名的《清明上河图》是中国的国宝，现在被北京故宫博物院收藏，它是宋朝大画家张择端的杰作(参见彩页)。

张择端又叫张正道，是北宋东武（现为山东省诸城县）人，宋徽宗时皇家画院的待诏（相当于现在中国国画院的一级画师）。

《清明上河图》描绘的是北宋京城汴京（又称东京，现河南省开封市）清明时节汴河两岸的风光，以全景式的构图，严谨精细的笔法，展现了12世纪城市各阶层人物的生活状况。全画分为三段：首段画市郊风景，村落田野，上坟回来的轿马；中段画汴河，漕船码头，虹桥飞架；后段画市街、城楼，各种店铺鳞次栉比，有茶坊、酒楼、寺院、道观、公所，其中绫罗绸缎，香火纸马，医药门诊，大车修理，看相算命……无所不有。街上行人摩肩接踵，络绎不绝。其中的人物有官吏、士绅、兵丁、和尚、乞丐、苦力、挑贩、货郎，还有卖解、说书、医卜星相、车马轿夫等，各类人物，无所不有。明朝著名文学家，当过大学士的李东阳曾有一段很好的概括：“行者、坐者、授者、受者、问者、答者、呼者、应者、负者、戴者、骑马驰者，抱而携者，导而前呵者，执斧锯者，操畚锸者，持杯罂者，袒而风者，困而睡者，倦而欠伸者，乘轿而搴帘以窥者。又有以



板为舆，无轮箱而曳者、有牵重舟，溯急流，极力寸进、圜桥匝岸，驻足而旁观，皆若交irl助叫，百口而同声者。”总之，《清明上河图》重现了先民们的风采，好像是当时的一部摄像机，把当时的状况活生生地记录下来了。因此，它理所当然地被誉为“天下第一画”。在历史，考古、文物、古建筑、衣冠服饰等方面表现出了无与伦比的价值。

《清明上河图》长卷、绢本设色，纵24.8厘米，横528.7厘米，对这些数据，各本书的记载基本一致。但是，由于画上人物众多，大小不一，难以作出精确的统计。因此画上到底有多少人呢？各本书上的说法就大不相同了。历来认为：“清明上河图，全卷总计人物五百余，牲畜五十余，船只、车、轿各二十余。”

江苏省常州市的一位书法家汤先生认为，传统的说法太模糊、笼统。所谓“人物五百余”，从501人到599人，都可以说是“五百余”，此种说法在古代也许无可厚非，但在科技昌明的现代，则是有点说不过去了。

用照相术按照1∶1的比例翻拍，或者放大，这对现代技术来说，是轻而易举的事。汤先生终于得到了一幅《清明上河图》的复制品。他立即动手，精确统计画上的人物。

汤先生的办法实在是简单得不能再简单：在画面的每一个人上放一粒米。统统摆好以后，再数一数共有几粒米。他反复数了好几遍，总数完全相同。最后的答案是：《清明上河图》中一共有815人。原先说法的误差竟然如此之大，令人惊讶！

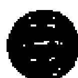
这件事情说大不大，说小也不小，它充分表明：数学思想

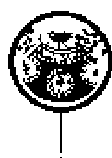


是无处不在的！运用之妙，全在有心人。

解决本问题的思路很简单，其实只是运用了数学上的相似变换（用照相放大）与一一对应原理（数米粒）。如此而已，岂有他哉！真是其薄如纸，一捅即破。







门、火相容的奥秘

“贼抢一半，火烧全光”。火灾不要说老百姓害怕，就连皇帝也怕得要命。他们认为，火烧是上天的“警告”与“降罚”。即便自己逃脱了性命，宫殿、珍宝都将毁之一炬，岂不心痛。所以定下制度，要千方百计地防范，而且连涉及“火”的字眼，都非常忌讳，臣子、太监、宫女们碰都碰不得！

在我国古建筑的城门、宫门、殿门、庙门上面通常都有一块门匾，用来标明门的名称。我们知道，无论是简体字的“门”，还是繁体字的“門”，右边都有一钩。可是，北京的天安门、地安门，以及故宫里的午门、太和门、乾清门等，“门”字的最后一笔，都是直笔写下来，决不带钩，从而写成下面的样子：

門

北京现存的古城门以及明十三陵，清朝的东陵、西陵等处的门匾，只要是明、清两代的遗物，所有的“门”字都写成对称的形状。号称“天下第一关”的山海关，以及号称“八大关”的重要关隘，繁体字“關”，也是左右对称的。



难道是书法家们的疏忽，把它写错了？决非如此，书法家们是有意这样写的。他们不是为了追求对称美，而是出于无奈。

在中国古代，皇权大于一切。如果触犯了皇家的禁忌，那就要招来杀身之祸。而皇帝们又毫无科学头脑，非常迷信。他们居然认为，“门”字带钩，就会引来火灾，把富丽堂皇的宫殿烧得片瓦无存。

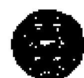
明朝开国，建都南京。明太祖朱元璋叫书法家詹希源书写了一块门匾。悬挂的那天，举行了隆重的仪式，皇帝亲临现场。谁知朱元璋看到那个“門”字，顿时龙颜大怒，立即命人把门匾摘下来，砸得粉碎。并传下“圣旨”，要刑部大堂把詹希源捉来审问。最后，以“居心不良”之罪，砍掉了这位书法家的脑袋。

詹先生直到临死前才弄明白，原来是带钩的“門”字断送了自己的性命。这是历史上“文字狱”的一个骇人听闻的实例。

数学里的对称概念成了吉祥、造福的预兆，怪不得新婚喜事的花贴都剪成“囍”的模样。古人对对称的概念看得多么的重要。

对称在自然界中是无所不在的。数学和结晶学（Crystallography）中研究各式各样的对称：中心对称、轴对称、滑动对称等等。对称变换是解决平面几何难题的一种重要手段。当然，对称的涵义很广，并不仅仅限于图象方面。譬如说，在高等数学中引申为对称群，对称矩阵。

宇宙中也存在着形形色色的对称实例：质子和反质子，电子与正电子，中子与反中子，物质与反物质，黑洞与白洞……但应注意，宇称（表征微观粒子运动特性的一个物理量，其运动状态由波函数描述）并不守恒。





官服上的禽兽

"衣冠禽兽"作为形容词，具有强烈的贬义。所谓"衣冠禽兽"，意思就是穿戴衣帽的禽兽。比喻道德败坏、行为如同禽兽的人。

但是明朝以前的书本上极少使用这个成语，这就暗示了它的由来、历史背景与其相应的朝代。

明、清两朝已是中国封建社会的后期，那时对官员品级、服饰的规定已经十分周到详尽。公、侯、驸马(皇帝的女婿)、伯爵的官服上要绣麒麟花样。文官系列之中，一品、二品的官服上要绣仙鹤、锦鸡；三品、四品是孔雀、云雁；五品白鹇；六品、七品为鹭鸶、鸂鶒；八品、九品为黄鹂、鹌鹑、喜鹊。总而言之，文官的标志一律用的是鸟。至于麒麟，实际上不存在这种动物，有人认为它就是长颈鹿，但也有人不同意。不管怎么说，麒麟不是鸟类，而是同龙、凤在一起的。官服上绣麒麟的人属于"皇亲国戚"，要高出一个层次(参见彩页)。

武官的系列则又是另一套路子：一品、二品（提督与总兵、将军或都统等)的衣服上要绣狮子；三品、四品为老虎、豹子；五品熊罴；六品为彪；七品、八品是犀牛；九品是海马(与现代人所理解的海马不同)。总而言之，这些动物全是兽类。



文武百官分别对应着“禽”类和“兽”类，真是泾渭分明，一清二楚。这也并不奇怪，因为在封建皇帝的眼里，文官武将都是他的奴才，是为他办事的爪牙。用“禽”、“兽”来刻画，是完全符合其潜意识的。

原来，禽兽与数字（官阶）有着如此联系！研究中国数字文化、衣冠服饰的学者，不应该忽视这些实例。





那一年，阴历阳历一样长

“问题求解”(problem solving)是将来大、中、小学数学教育的一个重点。问题是科学发展的动力，孔夫子曾经说过：“大疑则大悟，小疑则小悟，不疑则不悟。”尽管问题有大小之分，只要它有原创性，就有不可抗拒的魅力。

大家都知道，阳历（即公历）每年的天数与阴历差异较大。阳历每年一般是365天，遇到闰年就有366天。而阴历一年的天数，少则354天，多到384天。

但是，科学上常会遇到“例外”，一些不遵守一般规律的特殊情况偶尔会冒出头来，露一露它的“峥嵘”。对于上述历法问题，情况又怎样呢？

在上下数千年的历史长河中，存在着唯一的一个特殊年头，这一年阳历与阴历竟然等长，同样都是355天！

这一年就是公元1582年，即明朝神宗朱翊钧(有名的定陵地下宫殿便是他的坟墓，他是明朝在位年数最长的皇帝)万历十年。由于儒略历的误差积累太多，于是教皇格里高利下令，从这年起开始修改阳历的历法，把该年10月4日的下一天定为10月15日，这样，整整“删去”了10天。于是1582年就只有365-10=355(天)了！



怎样计算1582年所对应的阴历年——万历十年的天数呢？很明显，从计算星期几的万能公式逆推是不行的。因为阳历天数虽然删去了十天，但是，星期的曜日却是不删的。现已查明，1582年10月4日是星期四，而其次日，即10月15日是星期五。一方是连续变化，另一方却是不连续变化，不能保持对应关系，所以无法套用公式。

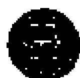
最好的办法是通过干支纪日进行计算。商朝的甲骨文上就有它，迄今数千年，从不间断，始终不错不漏。真是我国古人对人类历史的一项了不起的贡献。

由此查出万历十年正月初一日的干支为庚申，而万历十一年正月初一日的干支为乙卯，于是从下表可以看出：

乙	丙	丁	戊	己	庚
卯	辰	巳	午	未	申
355	356	357	358	359	360

从而无可辩驳地证明了1582年对应的万历十年也正好是355天。

阴、阳历等长，在悠悠的历史长河中，仅此一例而已！





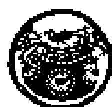
明代皇帝取名的“周期性”

“数学的伟大使命在于从混沌中发现秩序。”20世纪最杰出的数学家之一，曾经担任过美国数学协会主席的埃里克·坦普·倍尔先生的这句名言，或许已经在完全出人意料的场合找到了它的例证。

笔者在本文中想讲一个很特异的周期现象。什么叫周期现象？事物在运动、变化的发展过程中，某些特征多次出现，例如大自然的昼夜交替、四季轮转，生物界的新陈代谢、新老交替，构成物质的化学元素的物理、化学属性的有规律变化等。数学是研究现实世界的空间形式和数量关系的学科，因此其中包含了大量反映周期现象变化规律的数学内容。譬如说，

sin、cos等周期三角函数：

$$\sin(2k\pi+\theta)=\sin\theta$$
$$\cos(2k\pi+\theta)=\cos\theta$$



循环小数也有周期，如：

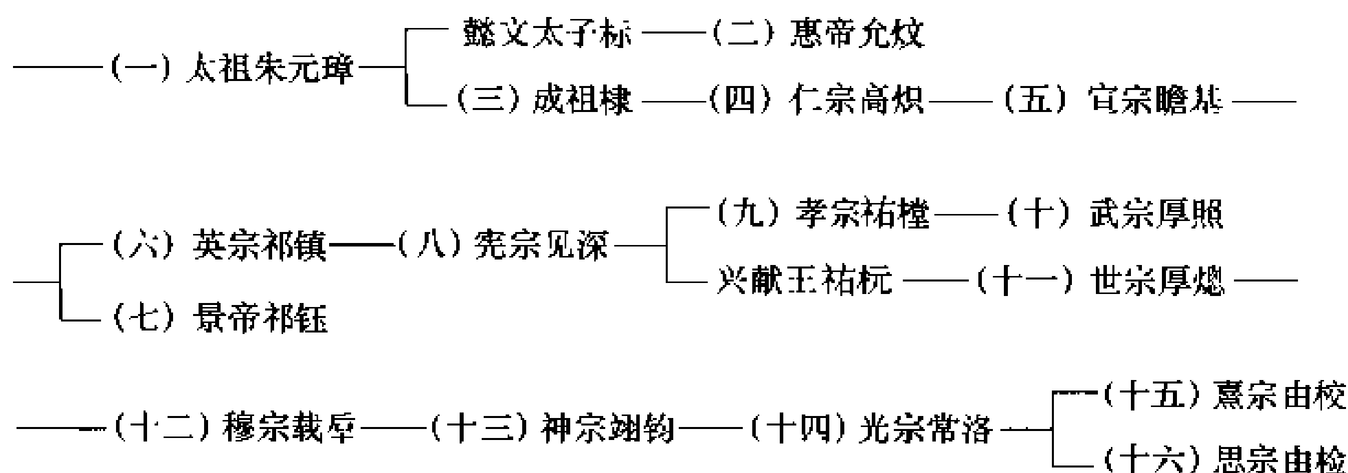
$$\frac{1}{7}=0.142857142857\cdots\cdots=0.\dot{1}4285\dot{7}$$

近年来，国外一些科学家十分注意对大自然和人类活动进行深入细致的时空研究，正在对数百种现象进行探索，结果发现周期现象的管辖范围远远不止是化学元素的理、化属性或者哈雷彗星的回归，而是从生物繁衍、洪涝灾害，疾病流行乃至市场价格，人的感情变化等都存在着形形色色的周期规律。虽然目前这些研究还是初步的、粗糙的，但已日益引起学术界的关注。美、日和西欧各大学都已纷纷开设专门的“周期学”研究机构，科学家们普遍认为，它是一门具有旺盛生命力，应用价值极大的新兴学科。下面我们来讲一个中国历史上非常稀有的（实际上是独一无二的，在帝王世系中找不到第二个例子）“皇帝名字的周期性”现象。

已故历史学专家郑天挺教授生前曾经说过，历史学是一门很严谨的学问，治史应当力求“字字有根据，句句有来历”，而数学恰恰是最精密，最严谨的科学，把数学思想灌输到历史研究中去，终于使历史统计学脱颖而出，所谓发乎考据，超乎考据，这一点也体现了当代科学精神。



分析问题必须占有资料，我们的资料唾手可得，下面便是朱明王朝的一张帝王世系表：

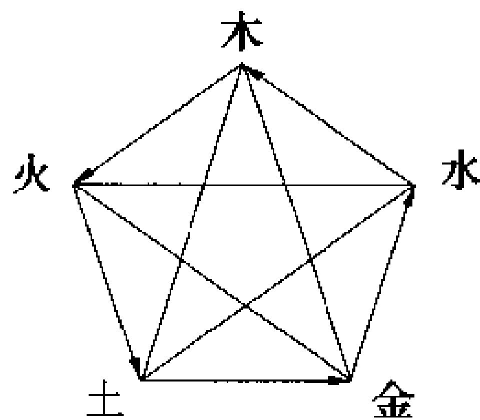


明代（1368-1644）世系表（首尾12世，共16帝，277年）

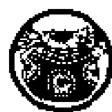
这张帝王世系表，看似司空见惯，平淡无奇，可是其中却隐藏着十分奇妙的名字周期性现象！

读者们可以查证一下。原来，打从明太祖朱元璋的儿子一辈开始，他们的子子孙孙竟然是严格按照五行相生的程序来取名字的。这条"金科玉律"，由朱元璋亲自制定，从明朝建国伊始一直到王朝覆亡，始终奉行，绝无更改。历时之长，令人咋舌，在中国历史上简直可以说是"前无古人，后无来者"。

从前的启蒙读物《千字文》上就曾说过："金生丽水，玉出昆冈"，五行相生的程序，说完整了，那便是"木生火，火生土，土生金，金生水，水生木"（见右图），周而



五行相生相尅之图
（对角线表示相尅关系）



复始，循环不已。最后，吊死煤山的那位末代皇帝崇祯，所取的名字正好轮到“木”字偏旁，恰恰与他的祖先，当年迁都北京，派遣郑和下西洋，雄才大略的永乐皇帝经历了两轮循环。

不仅如此，在混一华夏的王朝倾覆以后，南明小朝廷的几位皇帝，例如福王由崧（弘光帝）、唐王聿键（隆武帝），唐王聿鐭（绍武帝），桂王由榔（永历帝）以及虽未当过皇帝，但自称“监国”的鲁王以海，他们的名字中间全都嵌进了“金木水火土”，严格遵循五行相生规律而无一例外。有一本很重要的典籍《明季南略》上说，“唐王聿键，乃太祖九世孙，因犯罪而曾被禁锢高墙”，笔者给他扳指头算了一算，他正好与万历皇帝同一辈，其名字中应该有“金”字偏旁，可见这个推论竟与历史记载完全吻合！

这一周期现象的发现，为研究明史提供了一条重要线索。明朝的一些历史人物，例如曾在江西南昌叛变，被王阳明镇压的宁王宸濠，以及许多文化名人，诸如《太和正音谱》的作者宁献王朱权，著有《诚斋乐府传奇》的中国著名韵文学者，又是传奇高手的周宪王有燉，以及《嘉量算经》的执笔者，阐明“十二平均律”的科学家朱载堉等，其取名规律亦无一不与上述“周期性”符合。

从夏、商、周“家天下”开始，一直到辛亥革命爆发，宣统帝溥仪逊位，中国这块土地上风风雨雨，经历了许多次的改朝换代，留下来的史籍之多，在世界上是首屈一指的。然而，上述帝名的周期性现象，在《二十五史》中却是唯一的孤例。



周期现象的揭露，无疑对哲学、历史学、民俗学、谱牒学家们大有裨益。当前世界上，正在蓬勃兴起一股“汉学”研究热，在他们的“磨盘”里注入佐料，岂不美哉！然而，有些问题也值得人们认真反思，首先是“足以明察秋毫，何以不见舆薪”？如此明摆着的问题何以前人置若罔闻呢？笔者认为，究其原因，约有数端：其一，明朝距我们年代较近，最后一位皇帝永历帝于1662年（康熙元年）在缅甸被吴三桂捕杀，迄今不过三百余年历史。其二，清初大兴文字狱，对于前朝史事又有谁敢去研究，而对一般热衷科举，为官作宰的人，更无兴趣去涉猎史料。其他原因或许也还可以举出一些来。然而笔者认为，最根本的原因是前代学者未能应用今日科学的观点与眼光去处理史料所致。这也启迪了我们：自然科学与社会科学的相互渗透将能拓宽视野，另辟蹊径，从而为边缘性的科研工作与交叉学科提供显微镜与望远镜。

有一个“周期性”的故事颇能发人深省：在门捷列夫发现化学元素周期律的前三年，已经有人比他先走一步，着了先鞭。1866年，在英国化学学会上，青年化学家纽兰兹将元素按原子量增加的次序排列，并指出每隔8个元素就有相类似的物理、化学性质重复出现时，引起了哄堂大笑。有人无情地加以嘲讽挖苦：“你怎么不按元素的字母排列呢？那时也许会得出相同的结果。”就这样，比门捷列夫领先一步的重大研究成果就被粗暴地否定了。由此可见，即使今日已被奉为经典的“周期性”现象，在历史上所走过的也并不是一条平坦大道。



年号的重复

研究家们指出，中国皇帝之有年号，是从公元前114年开始的，此年汉武帝下诏初定年号，并由此上溯到公元前140年他即位之初，追定了建元、元光、元朔、元狩、元鼎等年号。

从此以后，每个皇帝都有年号，甚至同一个皇帝使用好几个年号。其中特别值得一提的是女皇帝武则天，从684年开始夺权，直到705年正月病重，众大臣迎唐中宗复位为止。在前后21年中，竟使用了光宅、垂拱、永昌、载初、天授、如意、长寿、延载、证圣、天册万岁、万岁登封、万岁通天、神功、圣历、久视、大足、长安等17个年号，甚至同一年中有两个年号，例如证圣、天册万岁（同在695年），万岁登封、万岁通天（同为696年）。在四个字的年号中，“万岁”频频出现，武则天真是一个十足的万岁迷！

赵匡胤陈桥兵变后，黄袍加身做了皇帝。他曾制定过一个年号“乾德”，为此他很沾沾自喜，认为这个年号别出心裁，是前无古人的。不料有一天他看到一位宫女在梳妆，用的镜子后面却写着“乾德年造”。后来一查考，才知道原来在他之前，割据四川的前蜀少帝王衍已经使用过“乾德”年号，为此，宋

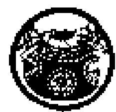


太祖大大地叹了一口气："宰相当用读书人"，并立即下令把年号改为"开宝"。

一时失察，以上的情况尚属情有可原。最不应该的是同一朝代也有重复年号，最突出的例子有两个：一是唐朝的"上元"年号，唐高宗李治在674年启用；后来他的曾孙肃宗李亨在760年又重新使用了。第二个例子是元世祖忽必烈与逃出北京，退往漠北的元顺帝都用过"至元"年号。碰巧元朝有好多同名同姓的人，例如太师脱脱就至少有两个。一不小心，就会把事情搞得张冠李戴。历史学家不禁大呼上当了。

皇帝定年号，用来用去都是取一些吉祥如意的字眼，自然难免重复。据不完全统计，"太和"重复了8次之多（最有名的是北魏孝文帝元宏的年号），"太平"也有8个（包括元朝末年不成大器的徐寿辉），以下按频率的多寡为序，把中国历史上年号重复在五次以上者开列出一张名单。

年号	次数	年号	次数
建兴	7次	乾德	5次
建武	7次	建始	5次
长兴	7次	甘露	5次
中兴	6次	太初	5次
建平	6次	天福	5次
永和	6次	开运	5次
永兴	6次	永安	5次
永平	6次	建元	5次
乾佑	6次		

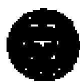


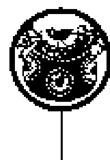
最奥妙的是一些大皇帝的年号也有重复，例如唐太宗李世民的年号、号称封建盛世的"贞观"，明朝派遣郑和下西洋的成祖朱棣的年号"永乐"，那就是明知故犯了。譬如说，西夏崇宗李乾顺的年号也叫"贞观"（唐太宗的年号启用于627年，而西夏崇宗的年号启用于1102年），那就是存心借用唐太宗的威灵来祈福压邪了。

年号难免重复，但也有例外。最突出的是清朝入关以后的历代皇帝所使用的十个年号：顺治、康熙、雍正、乾隆、嘉庆、道光、咸丰、同治、光绪、宣统都是唯一的，决不重复。不仅如此，就连他们入关以前的三个年号，清太祖爱新觉罗·努尔哈赤的天命，太宗皇太极的天聪、崇德在历史上也都是独一无二的。清宫十三朝，朝朝都不重复，这是偶然的么？

日本如今仍有天皇与年号，看来日本人早就注意到了年号不重复的重要性，吸取中国清朝的经验，在制定年号时下了不少苦功。尽管如此，赫赫有名的"明治"年号还是与中国古代大理国的君主段素英的年号重复了，后者自公元1009年起（相当于中国北宋王朝的时代）就启用了"明治"这个年号。

但是，话得说回来，近、现代的三个日本天皇所使用的年号大正、昭和、平成都是没有重复，前无古人的。



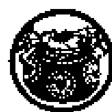


干支与公元年数的换算

我国历史上的重要事件，特别是近代史，以干支来命名的着实不少，例如"甲午海战"、"戊戌政变"、"辛亥革命"等等，所以公元年数与干支纪年的对应关系，是很有实用意义的。我国民间沿用干支纪年的方法已有好几千年的历史，每年新生婴儿的生肖属相也由此确定，甚至集邮的人也对"虎年"、"猴年"的邮票津津乐道。

所谓干支纪年，是由10个天干和12个地支依照顺序组合成的，10个天干便是甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸；12个地支是子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥。天干和地支相互搭配而成的结果就是甲子、乙丑、丙寅、丁卯……直到壬戌、癸亥，通称"六十甲子"。这里应注意，奇数天干只能和奇数地支相结合，偶数天干只能和偶数地支相结合。一奇一偶或一偶一奇是不可能结合的，所以决不会出现庚卯、丁申等年头。丁申、丁丙是古代杭州两位藏书家的姓名，决非年号。

60是10和12的最小公倍数，所以每过60年就要重复循环一次，癸亥之后是甲子，周而复始。秦汉以后（三皇五帝不算，因为他们都是传说人物，并无信史纪录，也拿不出甲骨文等旁



证材料），历代帝王中统治年代最长的要推清朝康熙皇帝爱新觉罗·玄烨。他在位达61年之久，所以康熙六十一年的干支与康熙元年的干支完全相同，都是壬寅年，这在我国历史上是举不出第二个例子的。

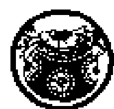
目前，世界上绝大多数国家（也包括我国在内）通行公元纪年。那么，怎样把公元年份和干支纪年相互换算呢？由于公元4年是甲子年，所以公元年数要比干支年的顺序数大3。当人们提出一个公元年份后，只要把它减去3，就可得出干支的顺序数。此数的末位是天干数，把顺序数除以12，略去商数，只看余数，即为地支数。

举一个具体例子，试问 1937年的干支纪年是什么？先将1937-3=1934，末位是4，由于丁是天干的第4号，故知该年的天干为丁；再将1934用12去除，余数为2，所以这一年的地支为丑。把两者一合并，即知1937年为丁丑年。那年7月7日发生了卢沟桥事变，全面抗战开始。

反之，已知干支纪年，也可以求出公元年份。不过，从数学上看，这是一个多值函数，每隔60年，就有一个答案。例如20世纪的辛酉年，有可能是中国共产党成立的1921年，也可能是1981年。

现在介绍一下推算办法。已知一个干支年，可以先求出它在“六十甲子”中的顺序数，其思路实际上就是几何学中的“轨迹相交法”。万试万灵，决无一失。

具体操作办法可以分两步走。先看地支，以“戊戌”这个干支为例。戌是第11号地支，于是我们就以11为首项，作出一



个公差为12的等差数列（最后一项不能超过60）：

$$11, 23, 35, 47, 59$$

再看天干，戊的特征数为5，这表明，干支顺序数的个位数非等于5不可。

这样一来，就马上推出戊戌年在“六十甲子”中的顺序是第35号，从而公元年份等于35＋3=38，其通解为38＋60n年，如果该年在20世纪，则其唯一解为1958年，即“大跃进”的那一年。比它再早60年便是1898年，即清朝“戊戌政变”的那一年。

不过，在具体换算时，尚须注意春节的日子。拿1984年来说，2月2日是“年初一”，这时才算甲子年，而从1984年1月1日到2月1日，还是属于癸亥年的。所以上面的计算法只是就一年中大部分日子来说，才是正确的。如果要换算的公元日期是在1月或2月，那就要特别小心，以免搞错。



异体诗歌·对联杂曲





启蒙儿童学古诗

有不少小朋友背过古诗。令人意想不到的是，极少数古诗中含着数字，犹如镶嵌于其中的珠玉宝石，把算术与语文活生生地结合起来了。大约二十多年以前，我国科普名家郑公盾老先生曾在《人民日报》上发表过专门文章介绍数字古诗，他特别提到的一首是：

一去二三里，烟村四五家。
楼台六七座，八九十支花。

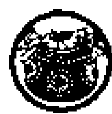
这首古诗穿插应用了一、二、三、四、五、六、七、八、九、十10个数字，而且按照从小到大的顺序排列，一点不乱，很好地抒写了恬静平和的田园风光，读起来又琅琅上口，小朋友记性好，读过两三遍，就牢牢地记住了。

清代大画家，大书法家，“扬州八怪”之一的郑板桥所作的咏雪诗也富有代表性：

一片二片三四片，五六七八九十片。
千片万片无数片，飞入梅花总不见。







悉尼儿歌

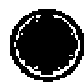
澳大利亚东南部的悉尼市(Sydney)是南半球第一大都市，2000年夏季奥运会曾在此地举办。这个地名，港、澳、台译作"雪梨"，虽说一国两制，但既是一个国家，想来译名也总该逐步统一吧。

悉尼华人很多，也办了中文报纸，他们那边的双语教育办得相当不错，很注意吸收我国传统文化的精粹，从小就培养孩子们的道德情操。

《摇啊摇，摇到外婆桥》是一首流传已久的民谣，他们将它改编成一首新的儿歌，写得非常浅近、优美，听起来像是催眠曲，又蕴含着数字信息：

摇啊摇，
摇啊摇，摇到外婆桥。
外婆夸我好宝宝。
糖一包，果二包。
三只栗，四颗枣，
五个手指紧紧抓。

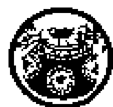




又有饼，又有糕，
吃了糕饼上学校。
一二三四五六七，
七六五四三二一。

看来全球的华人同根同源，都非常重视对小儿的数学启蒙。



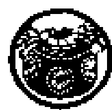


十七字诗

《历代笑话集》转引明朝杭州作家郎瑛《七修类稿》的两首十七字诗如下：

> 正德（明武宗朱厚照年号）间徽郡天旱，太守祈雨欠诚，而神无感应。无赖子作十七字诗嘲之云：“太守出祷雨，万民皆喜悦；昨夜推窗看，见月。”太守大怒，令人捕至，责过十八，止曰：“汝善作嘲诗耶？”其人不应。太守以诗非己出，根追作者，又不应。太守曰：“汝能再作十七字诗则恕之，否则罪置重刑。”无赖应声曰：“作诗十七字，被责一十八；若上万言书，打杀。”守亦哂而逐之。此世之所少，无赖亦可谓勇也。

十七字诗，亦称吊脚诗，又名“三句半”。全诗17字，前三句每句5字，最后一句2字，但重点在此，突出了诗的主题，既



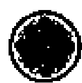
是画龙点睛，又是压台好戏。

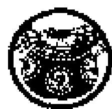
十七字诗是中国文学中极富特色的一种幽默体裁，大多为嘲讽之作。

十七字诗为宋人张寿所创。据宋朝的一本著名笔记小说《渑水燕谈录》载，张寿“生而为十七字诗，鬻钱以糊口。”张寿既然能以十七字诗卖钱为生，可见作品不少，而且此种文体极受当时人的喜爱。

宋徽宗统治时期，朝政腐败，贪官污吏如狼似虎，北方的金国又不断南侵，宋王朝处于内外交困的地步。宣和(宋徽宗的最后一个年号)年间，皇帝赵佶将一座华丽的房子赐给大臣王某。过了几天，忽有人向皇帝禀奏，说那座房子的正梁上生了一朵灵芝。宋徽宗一听到这好消息，不禁“龙颜”大悦，虽然下着大雨，他也马上亲自前往王家观看。不料他刚走进正堂，不识好歹的灵芝却扑的一声掉了下来，使君王和大臣们吃了一惊。这事很快传遍京城，经过好事者调查，终于真相大白。原来，这朵灵芝竟是王某特地叫人粘到梁上去的。谁知天公不作美，连日下雨，空气潮湿，胶水失灵，跌了下来，大出洋相。于是有人写了一首十七字诗来讽刺：

相公新赐第，
梁上生芝草。
为甚脱下来？
胶少！





最后两个字，真像一把小锄头，“嘣”的一声打烂了西洋镜。事后，赵佶虽想追查此事，无奈国力已衰，不久金兵渡过黄河大举南侵，他已自顾不暇，也只好不了了之。

南宋时，太学生员人数甚多，他们的制服都是黑帽、白衣。这些人大多靠父兄、亲戚的权势入学，没有什么本事，但对叩头、弯腰倒很在行。

有一天，南宋理宗皇帝到景灵宫参拜。车驾一到，生员们个个弯腰贴地，好像一条条米虫俯伏，煞是好看。有人见到这种情景，大为感叹，就写了一首十七字诗来讽刺：



驾幸景灵宫，
诸生尽鞠躬。
头乌身上白，
米虫！

这些生员长年累月白吃国家的俸禄而无所作为，不正是像米蛀虫吗？

元末张士诚在苏州称王时，其弟张士信为丞相，任用了读书人黄敬夫、蔡彦文、叶德新做高参，替他出谋划策。后来明太祖朱元璋打败张士诚，把这三个人逮捕法办，解送到南京，杀掉以后还把他们的尸体挂在竹竿上“示众”，以致风吹日晒，



把尸体都吹干了。后来，江苏有人写了一首十七字诗：

丞相做事业，
专用黄、蔡、叶，
一朝西风起，
干瘪。

这首诗其实也有讥讽朱元璋滥施杀戮的一层意思。明朝统治时只能在苏州一带背地流传，不敢形成文字，因为明朝的文字狱也很残酷，并不亚于清朝。直至明朝覆亡之后，这首十七字诗才被《明史·乐府注》收录。《明史》是清代所编的，前朝的一些坏事，当然可以畅言无忌了。



在明、清两代流传的十七字诗中，矛头直指最高统治者皇帝的为数不多，大量的还是骂贪官污吏的。例如下面的几首：

老爷坐大堂，
衙役站两旁，
为官清似水，
米汤。



狮子大开口，

胡言不怕羞。

一等大滑头，

吹牛。

到处乱唱诺，

逢迎太肉麻。

轻轻两手叉，

拍马。

开玩笑有时也用得上十七字诗，甚至是苦中作乐。《古今谈概》收了一首十七字诗，流传很广。有人犯了罪，将发配充军，他的舅舅前来送行。其人写了一首十七字诗以记其事：

发配到云阳，

见舅如见娘。

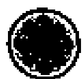
两人齐下泪，

三行。

两个人流泪，怎么会是三行呢？原来舅舅瞎了一只眼睛。2×2－1=3，这就有点算术味道了。

17在数学上是个质数，看来并不起眼。为何5，5，5，2形式的十七字诗竟能独树一帜，显出如此大的魅力？这是一个耐人寻味的问题。





日本俳句

同我们相隔“一衣带水”的邻国日本，也有十七字诗。它不仅是日本韵文学的一种传统形式，而且也是对世界文学宝库的一大贡献。

说得更确切一些，每首俳句由十七个音组成，构成俳句和划分诗节的单位是音，而不是假名（日文字母）。十七个音分为三节，第一节五个音，称为上五；第二节七个音，称为中七；第三节五个音，称为下五。总起来说，简称“五七五”，例如：

じょや　かね　そうこくじ

除夜の鐘もっとちかき相国寺

上五　中七　下五

译成中文时，则可根据中国人的习惯，譬如说，采用“竹枝词”的格式：

除夜最觉传声近

相国寺里打晚钟



令我们深感惊奇的是：日本居然也有“相国寺”，与北宋首都东京（今河南开封市）的大相国寺同名。笔者的一些日本朋友也知道水浒英雄花和尚鲁智深倒拔垂杨柳的故事。相国寺的名称，当然是从中国传过去的啰！无怪每年农历大除夕，苏州寒山寺里门庭若市，许多日本朋友都要远途赶来，听听和尚们击鼓撞钟108下。近年来，这项活动也扩展到了上海的龙华寺与玉佛寺了。

仔细的朋友点数了一下日文字母，摇摇头说：“不对啊，上面的例句中，第一节有六个字母，不止五个呀！”这里要略加解释，日文中的拗音是要拼读的，所以两个假名只能算一个音，而长音及促音符号则各算一个音。

号称日本“俳圣”的作家松尾芭蕉（1644—1694，生卒年代相当于中国清初顺治一康熙年间）

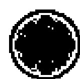


曾经作过一首千古名句，是他集中的精品，在日本可以说是家喻户晓的：

ふるいけ　かえる　　　みず　おと
古池や蛙とびこむ水の音

译成中文后，变成两句五言诗：

蛙跃古池内　　静潴传清响



生命的空幻，一切皆归于静寂，这种宇宙间的普遍现象被作者紧紧抓住了。有人赞叹道："人生如同蛙跃造成的声音，引起了一点喧声，但是很快就消失了，依然是极端的宁静笼罩在古池上。"难怪许多评论家认为这是芭蕉对宇宙人生的大彻大悟之作。

2000年去世的中国佛教协会会长，著名诗人赵朴初居士也擅长作俳句，称为"汉俳"。今选录数首于下：

赠日本俳人协会诸友

绿荫今再来，
山花枝接海花开，
和风起汉俳。



又一首

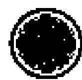
幽谷发兰馨，
上有黄鹂深树鸣，
喜气迎俳人。

京都清水寺访百八老人大西良庆长老

茶话又欣同，
深感多情百八翁，
一席坐春风。

有意思的是，俳句词藻典雅，含意深长，善于抒写人们的瞬间感受以及难于言传的微妙情感。可是它却绝对写不出像“三句半”那样滑稽突梯的讽刺诗！虽然总数是相等的，大家都是17字，可是5，7，5与5，5，5，2的两种体裁，写出来的东西却有天渊之别！这究竟是什么原因呢？难道不是“形式决定内容”吗？看来是要留给后人去深入探讨了。





半字诗

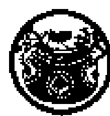
五千年文明古国，"江山代有才人出"，虽然不见得都能如历史学家赵翼所说"各领风骚数百年"，但即使只留一鳞半爪，已足够后人吟诵把玩，领略其异趣了。古人的诗集有名为《才调集》的，大概也是这层意思吧。

近时编题画诗的不少，洪丕谟先生似也有这方面的著作，但下面这首诗却往往漏过去了。此诗的作者是明代戏曲家梅鼎祚，著有《昆仑奴》杂剧，故事情节出自唐人传奇。

这首诗的题目就叫《题画》，诗云：

半水半烟著柳，
半风半雨催花。
半没半浮渔艇，
半藏半见人家。

它属于少见的六言诗，因非唐朝人所作，故在著名的画集《六言唐诗画谱》中也没有收入。此诗描绘出一幅空濛迷离的



烟雨春景图，富有朦胧美。短短24个字中，“半”字竟然占了8个，其比例高达三分之一，但读来无丝毫重复之感。

明末清初，清兵入关，宗社倾覆，天下大乱，绍兴张岱（宗子）披发入山，但他还是不忘读书，写下了《陶庵梦忆》、《西湖梦寻》等一些有价值的书。另一位名叫陈青雷的盖了一处园林，取名“半圃”，请当时的大名士吴梅村题诗，其中的警句有：“半间茅屋半床书，半赋闲游半索居。领略溪山应不尽，平分风月得何如。”诗中有明写的“半”字，也有潜伏的半字，“平分风月”不就是“一半”的意思吗？

但把“半”的意思发挥得淋漓尽致的，自然要推清朝褚人穫所编的《坚瓠集》，其中收有李密庵的《半半歌》，歌云：

看破浮生过半，　半之受用无边。
半中岁月尽幽闲，　半里乾坤宽展。
半郭半乡村舍，　半山半水田园。
半耕半读半经廛，　半士半民姻眷。
半雅半粗器具，　半华半实庭轩。
衾裳半素半轻鲜，　肴馔半丰半俭。
童仆半能半拙，　妻儿半朴半贤。
心情半佛半神仙，　姓字半藏半显。
一半还之天地，　让将一半人间。
半思后代与沧田，　半想阎罗怎见。
酒饭半酣正好，　花开半吐偏妍。
帆张半扇鱼翻颠，　马放半缰稳便。
半少却饶滋味，　半多反厌纠缠。
百年苦乐半相参，　会占便宜只半。

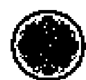


必须指出，这首长歌的“形式化”倾向非常突出，六言与七言往复交替，节律是很严谨的。可惜后世没有仿作者，只好让他独步了。

中国的士大夫们很讲究中庸哲学，“过犹不及”成为他们的人生观。怪不得林语堂要说：“半玩世者是最优越的玩世者。”他认为，把道家的现世主义和儒家的积极观念调和起来成为中庸哲学是最合乎人情的，从而也是最优越的。当然，这只是他的一家之言。

现在，电脑成了最吃香的东西，二进位甚至有取代十进位的趋势。“一半”在二进位中就是0.1，而“一半的一半”便是0.01，诸如此类。

毕达哥拉斯有句名言“万物皆数也”，《半半歌》中拉扯了许多事物，人们自然首先要问，从万物中抽象出来的各种数，是否都能通过二进位来表示呢？

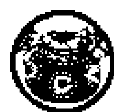


答案自然是肯定无疑的，整数不谈了，现在来看分数。$\frac{1}{7}$是一个很有名的分数，它是一个“走马灯数”，众所周知，$\frac{1}{7}$的十进位小数表示式为：

$$\frac{1}{7}=0.\dot{1}4285\dot{7}$$

它是一个循环小数。但是，在二进位，即“一半，一半，再一半……”的数制中，它的表示式却是$0.\dot{0}0\dot{1}$，也就是：

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{64}+\frac{1}{512}+\cdots\cdots$$

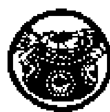


只要用无限递缩等比数列的求和公式一算即知：

$$S=\frac{a}{1-r}=\frac{\frac{1}{8}}{1-\frac{1}{8}}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{7}{8}}=\frac{1}{7}$$

现在，人们已经把 π(圆周率)、e(自然对数的底) 等无理数的二进位表达式统统求出来了。当然，它们同样也是无限小数，看不出任何规律性。虽然进位制度改变了，然而其本质依旧不变。“不管风吹雨打，我自巍然不动。”





宝塔诗

华罗庚先生曾写过《从杨辉三角谈起》，虽然是一本小册子，但累计印数多达数百万册，影响极大。杨辉是我国宋朝的数学家。这种玩意儿，在西方名叫帕斯卡（Pascal）三角形。帕斯卡是法国大数学家兼物理学家。《数学精英》（The Men of Mathematics）一书中有其详细传记，他的生卒年代，却要比杨辉迟一千年左右。

只要读过普通高中，即使数学成绩不好，也总是知道代数里是有这个规律的。它的样子，就像是一座宝塔：

1	$(a+b)^0$
1 1	$(a+b)^1$
1 2 1	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
1 3 3 1	$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
1 4 6 4 1	$(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$
1 5 10 10 5 1	$(a+b)^5=a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$
……………	…………………………

可是，在《全唐诗》里，白乐天的老朋友元微之（名稹，许多人认为他就是《西厢记》主角张君瑞的原型）倒也写过一首形状相似的“宝塔诗”，但多数人却不知其事。



诗是咏“茶”的，这也并不奇怪。“茶圣”陆羽生在唐朝，另一诗人卢仝以豪情满怀的“七大碗茶”，使人觉得“两腋习习清风生”，有飘飘欲仙，“我欲乘风归去”的境界。在《茶文化》与《中国茶经》中，可以查到不少有趣图片与文字材料的。

请看，这位《会真记》（《西厢记》的母体）的作者写道：

茶

香叶，嫩芽。

慕诗客，爱僧家。

碾雕白玉，罗织红纱。

铫煎黄蕊色，碗转曲尘花。

夜后邀陪明月，晨前命对朝霞。

说尽古今人不倦，将知醉后岂堪夸。

不过，也有人嫌这首诗尚不正规，同“杨辉三角形”还不大像，文字功夫也不到家。其实，除他之外，唐代的一些著名诗人白居易、刘禹锡、令狐楚等人也都写过这类宝塔形的、字数逐步递增的诗。

例如白居易的《诗》：

诗

绮美，瑰奇。

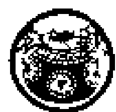
明月夜，落花时。

能助欢笑，亦伤别离。

调清金石怨，吟苦鬼神悲。

天下只应我爱，世间唯有君知。

自从都尉别苏句，便到司空送白辞。



首句一字，以下逐句递增字数，二二，三三，四四，直至七七。这首诗几乎不用什么典故，通俗易懂。这是白诗的特点，所谓“老妪能解”也。

又如刘禹锡的《莺·赋春中一物》，写得也极好，堪称宝塔诗中的上选，诗云：

莺

解语，多情。

春将半，天欲明

始逢南陌，复集东城。

林疏时见影，花密但闻声

营中缘催短笛，楼上来定哀筝。

千门万户垂杨里，百啭如簧烟景晴。



笔记小说《清稗类钞》中记述一事：满州旗人法某，性滑稽，为人处世与普通士大夫大不一样。他当过大官，有一次看到一位老童生，年纪快到七十岁了，还在参加初级考试。法某看到了，觉得老头子怪可怜，就特准他免试，赏他一名秀才(举人以上，他也无权授与)。并戏作一首宝塔歌以志其事：

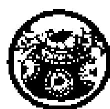
翁

古童

时运通

白发蓬松

是太公的令兄



这里的所谓"太公"，当然是指姜太公了。"太公八十遇文王"，当了西周的丞相、国师，做出了一番惊天动地的大事业。老头子哪有他的本事，当然也不会有他的福气了。

清代有人写了一首讽刺首县（省城所在地的县太爷，如江西南昌、浙江钱塘、安徽安庆等）的宝塔诗，诗云：

红，
圆融，
路路通；
认识古董，
不怕大亏空；
围棋马吊中中，
梨园子弟殷勤奉；
衣服整齐言语从容，
主恩宪眷满口常称颂；
座上客常满樽中酒不空，

已有十级之多，写来着实不容易。

唐宪宗元和三年（公元808年），白居易授左拾遗，仍充翰林学士，在长安做官。这年朝廷上发生了朋党之争，白居易受到当权派的排挤。次年三月，他奉命赴东川按狱，弹劾权贵，平反冤、假、错案，政绩很突出。返京以后，皇帝命他分司东都洛阳。朝廷上的同僚在长安设宴饯别。酒酣兴起，大家都来作"一一至七字诗"以志其盛。作者有许多著名人士，如元稹、李绅、韦式、张籍、范尧佐、令孤楚等，分咏花、茶、月、竹、书、愁、山等，这样多的诗人同时作宝塔诗，在历史上是空前绝后的事。



打破纪录的是晚唐文人杜光庭，他是浙江缙云人，曾当过天台山道士，著名传奇小说《虬髯客传》的作者。

他有一首名叫《怀古今》的宝塔诗，把宝塔堆砌到十五层之高，诗云：

古、今。
感事，伤心。
惊得丧，叹浮沉。
风驱寒暑，川注光阴。
始衒朱颜丽，俄悲白发侵。
嗟四豪之不返，痛七贵以难寻。
夸父兴怀于落照，田文起怨于鸣琴。
雁足凄凉兮传恨绪，凤台寂寞兮有遗音。
朔漠幽囚兮天长地久，湖湘隔别兮水阔烟深。
谁能绝圣韬贤餐芝饵龙？谁能含光遁世炼石烧金？
君不见屈大夫纫兰而发谏，君不见贾太傅忌鹏而愁吟。
君不见四皓避秦峨峨恋商岭，君不见二疏辞汉飘飘归故林。

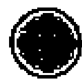
（以下因字数出格过多，只好放弃宝塔形式了）

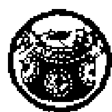
胡为乎冒进贪名践危途与倾辙？胡为乎怙权恃宠顾华饰与雕簪？

吾所以思抗迹忘机用虚无为师范，吾所以思去奢绝欲保道德为规箴。

不能劳神效苏子张生兮于时而纵辩，不能劳神效杨朱墨翟兮挥涕以沾襟。

尽管做到如此地步，作者已经有点力不从心。不比杨辉三角形是可以一直不断地无限写下去的，只要你高兴而且有时间。由此看来，数学与文学相比，终究是要高出一筹的。





对联大师

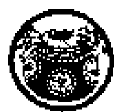
纪晓岚在清朝乾隆年间曾做过四库全书总裁，他是个有名的才子，尤其擅长做对联。他在对联中往往有意嵌入数字，读起来情景交融，琅琅上口。

一天，乾隆皇帝同纪晓岚外出游览，坐船行于水上。乾隆招纪晓岚与自己一同喝酒，比赛做对联。乾隆先说“两碟豆”（从前的人喝酒，经常以花生米与豆子作为下酒小菜），纪晓岚对道：“一瓯油”。乾隆忽然改口说：“你听错了，我说的是‘两蝶斗’。”纪晓岚不慌不忙，也应变道：“我说的是‘一鸥游’。”乾隆又续道：“林间两蝶斗。”纪答道：“水上一鸥游。”即景生情，乾隆大悦。

乾隆皇帝是中国历史上六个高龄皇帝(他们的寿命都在80岁以上）之一，乾隆五十五年，皇帝八十大寿，要在九月九日重阳节大宴群臣，地点选在承德避暑山庄北面的万松岭。

有人为了取悦皇帝，经过苦心琢磨，写出上联：

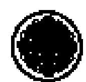
八十君王，处处十八公道旁介寿



这个上联的构思非常巧妙，将地名万松岭的“松”字拆成了“十八公”，好像松树也通人意，恭立两旁为君王庆寿。这要比那些只会干巴巴地大叫“万寿无疆”或者“万岁万岁万万岁”的人不知要高明多少倍了。另外，“十八”与“八十”正好是颠倒关系，前后呼应、相映成趣。有了这样的上联，下联的难度就大大增加了。这好比数学里的“函数”关系，下联与上联的同样地方，必须要有类似的对应结构。

朝中大臣虽多，但谁也对不出来。这桩困难任务只好落到了纪晓岚头上。纪晓岚看了上联之后，略加思索，便续出了下联：

九重天子，年年重九节塞上称觞



下联中“重九”与“九重”正好也是颠倒关系。乾隆帝看了大喜，讽诵再三，十分喜爱，遂降旨奖赏。此联一直传到后世，被认为是寿联中的上乘之作。



无情对

在一出电视剧里讲到古代有个小人物，原来是个药材商人，发了点小财。正好朝廷里缺少钱用，可以用银子报效，卖官鬻爵。他便拿出钱来捐了个五品官，过一过他的官瘾。五品官不算太大，但也不小了，县太爷也不过七品哩。所以他老是喜欢穿了五品服的天青褂在众人面前大摇大摆，出出威风。后来遇到太师爷，太师爷为了考考他，就出了个上联“五品天青褂”，此人一时无从对起，急得满头大汗，总算情急智生，想到了他的老本行，连忙对出下联：“六味地黄丸”。太师爷一听，对得真还不错，就认为他“及格”了。

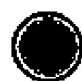
当然有人认为，上下联必须是同类事物，例如天对地、雨对风、“渭北春天树”对“江东日暮云”之类。“三星白兰地”对“五月黄梅天”虽然字字皆工（数词对数词，天体对天体，颜色对颜色，花卉对花卉……），但从宏观上来看，却是商品对时节，被人认作笑料了。

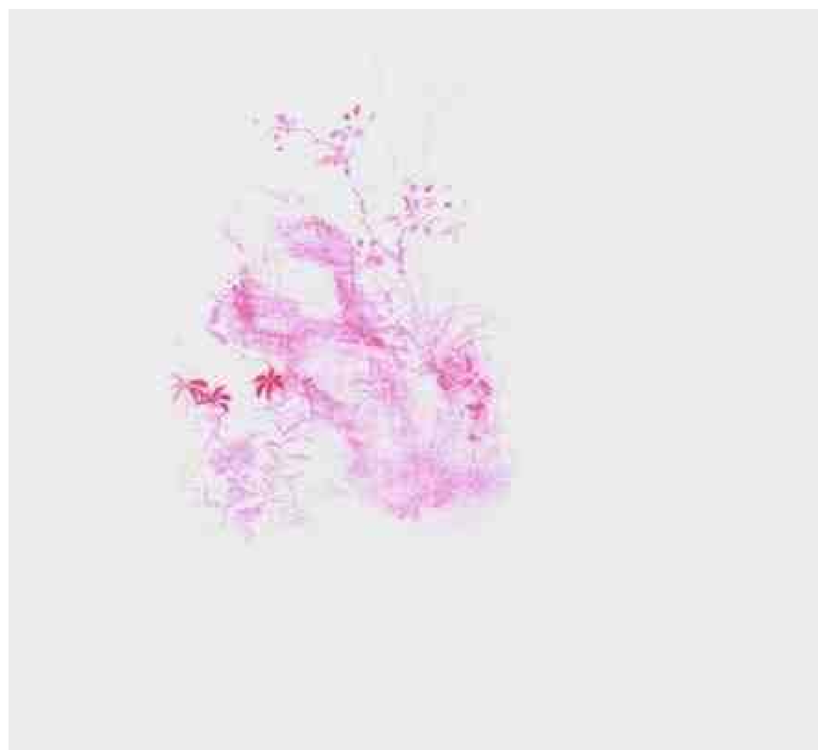
其实，无情对倒是对联的一种特殊形式，且因其意思奇突，恍如“飞来峰”自天外飞来，所以历代均受到文人学士的喜爱，不断有佳作问世。可惜有心收集者太少，大都是随作随丢，散失殆尽了。



请看: “樱桃嘴” 对 “葡萄牙”，“文竹” (室内观赏植物) 对“武松” (梁山泊好汉，尽人皆知的打虎英雄) 对得多妙!

同数学有关的也有两个名对: 一是 “孙行者” 对 “祖冲之” (南北朝时代人，因计算圆周率 π 之值而名闻中外)，另一个是“外婆磨针”与 “内公切线”。尤其是后一个，可谓天造地设，十足令人喷饭!







重叠之美

有重叠的地方往往就有美。为什么在新房门窗上贴着的红色喜字，不写“喜”而一定写成“囍”？中国民间风俗很讲究成双结对，文字里也有“双声”、“叠韵”等说法。

在号称“人间天堂”的杭州，就有这样两副对联。其中之一是：

翠翠红红处处莺莺燕燕，
风风雨雨年年暮暮朝朝。

另一处则见于孤山中山公园的一座方亭，横匾题“西湖天下景”五个大字，亭柱上悬挂着一副对联：

水水山山，处处明明秀秀；
晴晴雨雨，时时好好奇奇。

据说此联同近代大名人康有为有密切关系。

西湖的山山水水，处处明媚秀丽。这两副对联写出了人们对杭州与西湖山水的共同感受，因而引起了读者的强烈共鸣。



不过，联语的叠字毕竟有限，有的还是故意造作的，例如名气很大的地名对：

无锡锡山山无锡
平湖湖水水平湖

还有福州城外罗星塔及山海关孟姜女庙的对联：

朝朝朝朝朝朝夕
长长长长长长消

不过是形容潮汐的涨消而已。

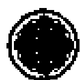
此联的重叠字多达6个，可说是创纪录的了。听说温州也有此联，但不知最早出于何处。文学中的叠字终究有限。古人云："庭院深深深几许"，连用三个"深"字，第四个就再也加不进去了。我们能否把重叠之美推向无限？这就必须借助于数学的力量了。

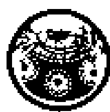
出发点是极其简单的：

$$3\times4=12$$

接下去，可以写出第二式：

$$33\times34=1122$$





“重叠”之美开始露头了，好比从“喜”字写成了“囍”字。明眼人当然会想到可能有第三式、第四式:

$$333\times334=111222$$
$$3333\times3334=11112222$$

经过计算，它们居然也是对的。

于是，大胆的人又会猜想下面的无穷无尽的等式也是成立的:

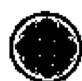
$$33\cdots\cdots3\times33\cdots\cdots34=11\cdots\cdots122\cdots\cdots2$$

这个等式中的被乘数由n个3组成，乘数由（n−1）个3与1个4组成，而乘积由n个1和n个2组成。

告诉你，事情真是如此！我们可以证明这个等式，不过这里就不必把它写出来了。

当然，重叠之美不限于此，这里只是初步让你尝尝文学与数学之美的甜头而已!





八山叠翠

江苏这个地方，自古以来就是一块宝地，不但湖光山色，风景绮丽，鱼米之乡，物产富饶，而且人文荟萃。统计资料表明，在明、清时期，江苏考中“状元”的人，高居全国的第一位。历代文人墨客，在游山玩水之际，往往会即兴题诗，为后世留下了许多十分可贵的人文旅游资源。

清朝人所写的《巢林笔谈》记载：都尉邬公游览苏州半山寺时曾经创作过一首奇特的《八山叠翠》诗。全诗56字，符合七律的字数要求。此诗分作十行，各行的字数依次为2，2，4，4，6，6，8，8，8，8。

$$(2+4+6+8+8)\times 2=56\ (\text{字})$$

这首诗叠成“山”字形状，清新雅致，娱人耳目。读起来也是情景交融，真可以说是诗中有画，画中有游，游中有乐，乐中有数。请看：



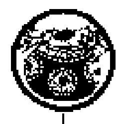
山	山
远	隔
山光	半山
映百	心塘
山峰千	乐归山
里四三	忘已世
山近苏城	楼阁拥山
堂庙旧题	村苑阆疑
竹禅榻留	庄作画实
丝新醉侑	歌渔浪沧

八个“山”字都处于轴对称位置，真是一首形状怪异而奇特的“山”形诗。

此诗的读法也是相当奇异的，除了第一、二两层以外，从第三层起都从中央轴线分开，左右往复按照螺旋式进行。诗云：

山山远隔半山塘，
心乐归山世已忘。
楼阁拥山疑阆苑，
村庄作画实沧浪。
渔歌侑醉新丝竹，
禅榻留题旧庙堂。
山近苏城三四里，
山峰千百映山光。

在明、清两朝，一般读书人都热衷于读、写“八股文”，把它作为猎取功名的工具。多数人的数学修养极低，恐怕比不上如今的中小学生。诗人能写出这种含有“对称”、“螺旋”等数学概念的诗句，真是“无师自通”，在不自觉之中运用了数学美。



步步缩字体

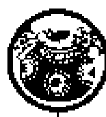
凡是高中生，一般都要学习立体几何，棱台、棱锥、棱柱、圆台、圆锥和圆柱都是很熟悉的几何对象。但是，在我们做学生的时候，读到的有关英语单词Frustum却是被译为"截头体"的。所以同学们在做习题时，一般就把圆台直称为"截头圆锥"了。现在看来，我们所指的实际是"平截头体"，否则的话，就要牵涉到解析几何了。

孩子们的一个特点是思路非常活络，没有什么束缚，经常"跑野马"、"开小差"，随时转换话题。不知不觉，我们就岔开十万八千里，谈到了赵元任的"教我如何不想他"了。

很明显，"教我如何不想他"的一个本质特点就是它也是"截头体"。每次截掉一个字，步步紧缩，剩下来的六字句、五字句、四字句、三字句、二字句乃至只剩下一字，统统都能成为一句有意义的句子。

问题来了，在中文的七字句中，像这样的其他步步紧缩的句子还有没有呢？这个问题一下子把我们难倒了，大家搜索枯肠，谁也举不出其他例子。于是只好推说，刘大白、赵元任两位先生学问高深，实非我辈后生所能望其项背。

这件事后来连我自己也逐渐淡忘了。有一天，偶然谈起它



来（那时我正在帮助我的女友解决一道截头圆锥习题）。不料她竟不假思索，不费吹灰之力地说出了一个很现成的答案：

问君能有几多愁（**李煜《虞美人》之二**）

看来它真是完全符合要求的：

问君能有几多愁
君能有几多愁
能有几多愁
有几多愁
几多愁
多愁
愁

世事如白云苍狗，变化无穷。几十年过去了，这个问题却还时时放在我的心上。后来总算又给我找出了不少例子。由于篇幅所限，下面略举数例：

惜春长怕花开草（**辛弃疾《摸鱼儿》**）
只有相思无尽止（**晏同叔《木兰花》**）
但寒烟衰草凝绿（**王安石《桂枝香》**）

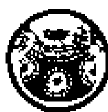
最后一例是“一六句式”，“但”为领字，与上面的例子有所不同。

说实话，此种题材利用电脑去研究最好。古典诗词浩如烟海，而人的记忆力终究是有限的。“好记性不如烂笔头”，而电脑正是可以乖乖地听候我们调遣使唤的“烂笔头”啊！



学新探





最短的词和最长的词

有人认为"词是长短句的诗"，又说"词是可以歌唱的诗"。原来，诗本来也可以歌唱，故在汉朝名叫"乐府"。到了唐朝，乐府歌词大都是整齐的五言和七言，然而乐调却是不整齐的，于是通音律的人遂有创作长短句的尝试，以求适合于歌曲。你看，如今世界上几乎所有的国歌都是长短句形式，岂不就是最好的解释。

词的长短差异极大，词学名家万树著有《词律》，共收八百七十余调，一千六百七十余体，但仍有不少遗漏。

词既因不同的曲谱而产生不同的格律（字数、句数、叶韵和声调等），调子纷繁，音律严谨，于是每调必须创立一个名字以作符号。这个名字就叫做"词牌名"，简称"词牌"。常见的有"满江红"、"念奴娇"、"水调歌头"等。《白香词谱》就收录了许多常见词牌，是一本重要的工具书。

词牌的取名各有来历。有的是利用本调中的一句，例如《忆王孙》始于秦少游的"萋萋芳草忆王孙"，《如梦令》始于五代时后唐庄宗的"如梦如梦，残月落花烟重"。有的用古人诗句中语，例如《渡江云》用了杜甫诗句"风入渡江云"。有的用人名或地名，如《虞美人》的典故出自楚霸王项羽的虞姬，



《昭君怨》来自和亲的王昭君，《扬州慢》记的是姜白石路过扬州等。有的用风俗习惯来命名，如《苏幕遮》是西域妇女的帽子名称。有的词牌来自各种古籍，如《诉衷情》取自《离骚》，《解连环》出于《庄子》，《喜迁莺》出《诗经》，《玉烛新》来自《尔雅》，《眉妩》则来自《汉书》中有名的张敞为妻画眉的故事。诸如此类，内容实在太丰富，只好限于简单介绍了。

历来都认为，最短的词只有16个字，即有名的《十六字令》，最长的是南宋吴文英写的《莺啼序》，长达240字。

但是，词学领域里的这个"极大极小值"应该改一改了，最短的词只有14字，有两体。

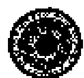
其一名为《采桑》，作者是清朝的沈谦。题为"不寐"，是写他夜里失眠的。

淡月明，孤灯背。梦难成，暗啮鸳鸯被。

另一种即《竹枝》，前人指出："《尊前集》载皇甫松《竹枝》词六首，皆两句体。"现在摘录其中的一句：

山头桃花谷底杏，两花窈窕遥相映。

最长的词为《梅影》，此调见于《清名家词》第四册，转



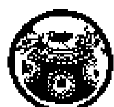


引自《弹指词》，作者为清初的大词人顾贞观。长达273字，"为有词调以来之最长者"。对于学科学的人来说，273这个数字特别好记，因为热力学温度（绝对温度）就是把摄氏温度加上273°，所以是一个有名的特征数。此词虽长，但写得却是极好的：

好寒天。正孤山冻合，谁唤觉、梅花梦，瘦影重传。自簇桃笙兽炭。偎金斗、微熨芳笺。更未解鸾胶，绛唇呵展。才融雀瓦，酥手亲研。土木形骸，争消受、丹青供养，况承他、十分著意周旋。丁宁说，要全删粉墨，别谱清妍。凭肩。端详到也，看侧帽轻衫，风韵依然。入洛愁馀，游梁倦极，可惜逢卿憔悴，不似当年。一段心情难写处，分付朦胧淡月、晕秋烟。披图笑我，等闲无语，人忆谁边。卿知否，离程纵远。只应难忘，弄珠垂箔，乍浦停船。甚日身闲。琐窗幽对，画眉郎、还向画中圆。且缓却标题，留些位置，待虎头痴绝，与伊貌出婵娟。仿佛记、脂香浮玉斝，翠缕飐珊鞭。淡妆浓抹俱潇洒，莫教轻堕尘缘。便眼前阿堵，聊供任侠，早心空及第，似学安禅。共命双栖，都缘是雪泥鸿爪，从今夜省识春风纸帐眠。须信倾城名士，相逢自古相怜。

作家自注："金校书临别为余写照，曹秋岳先生嘱赋长调记之。是夜积雪堆檐，拥炉沉醉。词成后，都不知为何语。先生命之曰'梅影'，因图中有照水一枝也。"又云："校书富缠头，随手立散。某状元欲求一笑，竟不能得。"

如果不是上海教育出版社资深编辑，被评为上海市"十大藏书家"之一的叶中豪先生赠我以《清名家词》，我本来也不知道有这首词的。

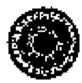


词的广谱性

"风露皆非人世有，自坐船头吹竹。万籁生山，一星在水，鹤梦疑重续。……寂寂冷萤三四点，穿过前湾茅屋。林净藏烟，峰危限月，帆影摇空绿。随风飘荡，白云还卧深谷。"

这是清朝大词人厉鹗（1692—1752）（即郁达夫小说《碧浪湖的秋夜》中的那位主人公）所写的词《百字令》中的一部分。作者自注："月夜过七里滩，光景奇绝。歌此调，几令众山皆响。"《白雨斋词话》云："无一字不清俊。"富春江七里泷的美景，每年来游者何止百万？但能写出此等奇妙境界的，古今能有几人？此词正好有100个字，故名"百字令"。

笔者其实根本未读过中文系，也没有旁听或进修过。一些中文根底，完全是在大同大学附中（解放后改名五四中学）读书时期打下基础的。当时我们的语文老师是南社诗人余辛甫先生（浙江嘉善人，文史专家郑逸梅先生曾写过他的传记）。背诵原文是他的一个重要教法，在他的教诲之下，于是我能背出大量诗词，例如岳飞的《满江红》、苏东坡的《水调歌头》等等。奇怪的是，几乎从来不用复习，居然可以一字不忘。换句话说，它已成了我的终身记忆，在脑海中产生某种"褶皱"，变成一种活生生的"内存"。





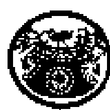
词的字数多寡不等，存在着极大差异。譬如说，岳飞的《满江红》有93字，晏几道的《鹧鸪天》有55字，苏东坡的《卜算子》有44字，而柳永的《戚氏》多达212字。这就在我的脑子里留下一个极大的疑问：如果在数轴的某一区间内，任意指定一个自然数值，例如103，是否存在着正好有103个字的词呢？

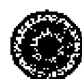
这个问题当然不易回答，别说是才疏学浅的我，就连我的导师郑、余两公也解决不了。古典文献浩如烟海，翻检起来极不容易。于是这个问题就被搁置下来。最后，"解铃还须系铃人"，仰仗现代科技之力，利用了电脑、扫描仪以及快速打印机等主机与附属设备，总算被我解决了。

"存在、唯一、连续"是我们学数学的人的一句老生常谈。但这里需要对"连续"稍加注释。众所周知，汉字是一种离散性质的字符，好比物理学上所谓的"量子"，它必须是自然数。因此，下文所谓的连续，只能是普通算术里头所讲的"连续数"式的东西，甚至连红、橙、黄、绿、青、蓝、紫的可见光连续光谱都不是！

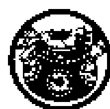
词的广谱连续性令人震惊，它真是世界上一种独一无二的文体，也是我们国人足以引为自豪的。

据我对《白香词谱》、《钦定词谱》、《全金元词》等文献资料的研究，得到各种不同字数的词，其词牌调数如下表（为了区别起见，前者用中文数字表示，后者用阿拉伯数字表示，以免混淆）：

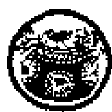




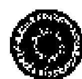
十四	2
十六	4
十八	3
十九	1
二十	54
二十一	1
二十二	5
二十三	4
二十四	14
二十五	1
二十六	5
二十七	16
二十八	68
二十九	5
三十	15
三十一	5
三十二	3
三十三	9
三十四	8
三十五	8
三十六	18
三十七	6
三十八	10
三十九	6
四十	41
四十一	14
四十二	20
四十三	11
四十四	25
四十五	25
四十六	33
四十七	26
四十八	54
四十九	35
五十	56
五十一	27
五十二	58
五十三	31
五十四	49
五十五	27
五十六	57
五十七	18
五十八	32
五十九	17
六十	34
六十一	16
六十二	26
六十三	11
六十四	22
六十五	10
六十六	30
六十七	17
六十八	17
六十九	11
七十	15
七十一	12
七十二	22
七十三	17
七十四	13
七十五	19
七十六	19
七十七	15
七十八	13
七十九	19
八十	15
八十一	13
八十二	18
八十三	17
八十四	18
八十五	8
八十六	12
八十七	20
八十八	16
八十九	17
九十	15



九十	15
九十一	12
九十二	17
九十三	15
九十四	32
九十五	28
九十六	35
九十七	49
九十八	50
九十九	41
一百	65
一百零一	55
一百零二	52
一百零三	52
一百零四	55
一百零五	32
一百零六	23
一百零七	16
一百零八	20
一百零九	12
一百十	20
一百十一	10
一百十二	7
一百十三	10
一百十四	12
一百十五	5
一百十六	10
一百十七	5
一百十八	7
一百十九	1
一百二十	4
一百二十一	6
一百二十二	4
一百二十三	4
一百二十四	3
一百二十五	5
一百二十六	4
一百二十七	2
一百二十八	1
一百二十九	1
一百三十	4
一百三十一	2
一百三十二	3
一百三十三	6
一百三十四	1
一百三十五	4
一百三十六	3
一百三十七	6
一百三十八	3
一百三十九	6
一百四十	6
一百四十一	4
一百四十三	1
一百四十四	2
一百四十五	1
一百四十六	2
一百四十七	2
一百四十八	1
一百五十	1
一百五十一	1
一百五十五	2
一百五十七	4
一百五十八	4
一百五十九	1
一百六十	2
一百六十二	1
一百六十六	1
一百七十一	1
一百八十三	1
一百八十七	1
一百九十	1
一百九十三	1
一百九十五	1
一百九十六	1
一百九十七	1



二百	1	二百十三	1
二百零二	1	二百十五	1
二百零三	1	二百三十三	1
二百零四	1	二百三十四	1
二百零五	1	二百三十五	1
二百零七	1	二百三十六	1
二百十	1	二百四十	1
二百十二	1	二百七十三	1

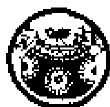


由于有些词同调异名，情况非常复杂，所以只能说是初步结果。但从中也可以看出问题，令人萌生极大兴趣。现在揭出几个要点如下：

最短的词有14个字，最长的词有273个字，这是词的两个极端：极大值和极小值。

从18字到141字竟是完全连续的，从而最终解决了上面的问题。也就是说，在(18，141)的区间内，只要任意说出一个自然数n，则至少有一个词的字数正好等于n。词的这种广谱现象令人震惊，也是前人从未得出过的结论。(你在任何一本古书中看到过这个结论吗？)我们总算解决了这个"存在问题"，在此区间内，对n的七个值满足了唯一性，它们是：十九、二十一、二十五、一百十九、一百二十八、一百二十九、一百三十四.

频数的最大值出现于二十八字，其对应的调数为68。请特



别注意，28是第二个完全数，另外28＝4×7，正好是七言绝句的字数，词由诗演变而来，其中不无蛛丝马迹可寻。次大值是一百字，共有65调之多。其中很常见的词牌有：彩云归，大椿，东风第一枝，百字令，高阳台，桂枝香，花心动，换巢鸾凤，解语花，金盏子，玲珑四犯，念奴娇，瑞鹤仙，尾犯，夜合花，月下笛，转调二郎神等。

就字数的概率分布而言，它完全不是正态分布的，同迄今已知的任何一种概率分布也都格格不入。但是，如以五十字为中数，则在四十四字至五十六字的这一狭窄区间内出现一个高峰集群；第二个高峰集群则出现在以一百字为中数的九十六字至一百零五字的范围，其中每一种字数的词牌调数在三十种以上。

有人认为，这也许同50的倍数有关，因为100恰好是50的2倍。但是，50的其他倍数情况不妙，正好一百五十字的词牌只有一个，二百字的也只有一个，而二百五十字的情况更可怜，连一个都没有！